廖老师网上千题解答分类十三、大纲直线与圆

3、已知直线 l 在 y 轴上的截距为-2,l 上横坐标分别为 3,-4 的两点的线段长为 14,求直线 l 的方程.

已知直线 l 在 y 轴上的截距为-2，l 上横坐标分别为 3、-4 的两点的线段长为 14,求直线 l 的方程。

解：设直线 l 的方程为 $y=kx-2$

l 上横坐标为 3、-4 的两点是 $A(3,3k-2)$、$B(-4,-4k-2)$

$|\mathrm{AB}|=\sqrt{7^2+(7\mathrm{k})^2}=7\sqrt{1+\mathrm{k}^2}=14$，$k=\pm\sqrt{3}$

20、已知直线 l 经过点 P(3,2),倾斜角是直线 $y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}$ 的倾斜角的 2 倍,求直线 l 的方程式

解：设直线 y=x/4+3/4 的倾斜角为α，则，$\tan a=\frac{1}{4}$,直线 l 的倾斜角 2α，

$\tan 2a=\frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}=\frac{8}{15}$

38、设 A={$(x,y)\,|\,y=\sqrt{2a^2-x^2}$,$a>0$}

B={$(x,y)\,|\,(x-1)^2+(y-\sqrt{3})^2=a^2$, $a>0$}

且 $A\cap B\neq\phi$,求 a 的最大值和最小值

解 1：集合 A 是半圆 $y=\sqrt{2a^2-x^2}$，半径为 $R=\sqrt{2}a$

集合 B 是圆 $(x-1)^2+(y-\sqrt{3})^2=a^2$，半径为 $r=a$

（1）当 B 的圆心 $(1,\sqrt{3})$ 在半 A 内部时，即 $\sqrt{2}a>2$时

只要，两圆的圆心距 $2\geq R-r=\sqrt{2}a-a$ 即可相交

$\sqrt{2}a>2\Rightarrow a>\sqrt{2}$，$2\geq\sqrt{2}a-a\Rightarrow a\leq 2\sqrt{2}+2$

此时 $\sqrt{2}<a\leq 2\sqrt{2}+2$

（2）当 B 的圆心 $(1,\sqrt{3})$ 在半圆 A 上时，即 $\sqrt{2}a=2,\ a=\sqrt{2}$，显然相交

（3）当 B 的圆心 $(1,\sqrt{3})$ 在半 A 外部时，即 $\sqrt{2}a<2$时

只要，两圆的圆心距 $2\leq R+r=\sqrt{2}a+a$ 即可相交

$\sqrt{2}a < 2 \Rightarrow a < \sqrt{2}$，$2 \le \sqrt{2}a + a \Rightarrow a \ge 2\sqrt{2} - 2$

此时 $2\sqrt{2} - 2 \le a < \sqrt{2}$

综上 $2\sqrt{2} - 2 \le a \le 2\sqrt{2} + 2$

解 2：由 $y = \sqrt{2a^2 - x^2}$ 得 $x^2 + y^2 = 2a^2$（y≥0）(1)

$$(x-1)^2 + (y - \sqrt{3})^2 = a^2 (2)$$

要使 $A \mathbf{I} B \ne f$，就要且只要(1) (2)组成的方程组有解

由(1) -(2)得 $2x + 2\sqrt{3}y = a^2 + 4$ (3)

由(1) (3)消去 x 得，$16y^2 - 4\sqrt{3}(a^2 + 4)y + a^4 + 16 = 0$　　(4)

要(1) (2)组成的方程组有解，只要(4)有非负根
由于方程(4)只要有实根，这两个实根必为正（可由韦达定理知道）

因此，只要 $\Delta = 48(a^2 + 4)^2 - 64(a^4 + 16) \ge 0$

$a^4 - 24a^2 + 16 \le 0$ 解出 $12 - 8\sqrt{2} \le a^2 \le 12 + 8\sqrt{2}$

$12 - 8\sqrt{2} = (2\sqrt{2} - 1)^2$，$12 + 8\sqrt{2} = (2\sqrt{2} - 1)^2$，$a > 0$

$\therefore 2\sqrt{2} - 2 \le a \le 2\sqrt{2} + 2$

50、设圆上的点 A(2,3)关于直线 x+2y=0 的对称点仍在圆上，且与直线 x-y+1=0 相交的弦长为 $2\sqrt{2}$，求圆的方程
解：设圆的方程为 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$（$r > 0$）
∵圆上的点 A(2,3)关于直线 x+2y=0 的对称点仍在圆上，
∴圆心 (a,b) 在直线 x+2y=0 上，
∴a+2b=0①
∵与直线 x-y+1=0 相交的弦长为 $2\sqrt{2}$
∴ $(\frac{|a-b+1|}{\sqrt{2}})^2 + (\sqrt{2})^2 = r^2$②
点 A(2,3)代入圆方程得

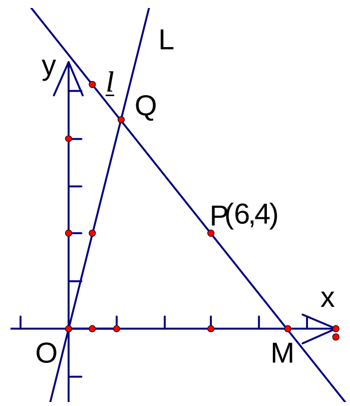
$(a-2)^2 + (b-3)^2 = r^2$③

联立①②③解得 $\begin{cases} a = 6 \\ b = -3 \\ r^2 = 40 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = 14 \\ b = -7 \\ r^2 = 244 \end{cases}$

80、 直线 x+y-1=0 到直线 xsinα+ycosα-1=0(45°<α<90°)的角是多少?
解：因为，直线 xsinα+ycosα-1=0(45°<α<90°)的倾斜角为 180°-α<135°
直线 x+y-1=0 的倾斜角为 135°
所以直线 x+y-1=0 到直线 xsinα+ycosα-1=0 的角为 135°-(180°-α)的补角
即 135°-α

137、已知:定点 P(6,4)与定直线 L:y=4x,过 P 点的直线 l 与 L 在第一象限内交于 Q 点,与 x 轴正方向交于 M 点,求使三角形 OQM 面积最小的直线 l 的方程.

解：设直线 l 的方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1(a>0,b>0)$



则 $\frac{6}{a}+\frac{4}{b}=1(a>0,b>0)$

联立 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 与 y=4x 解得

$$y=\frac{4}{\frac{1}{a}+\frac{4}{b}}=\frac{4}{\frac{1}{a}+1-\frac{6}{a}}=\frac{4}{1-\frac{5}{a}}=\frac{4a}{a-5}>0$$

故 $S_{\Delta OQM}=\frac{4a^2}{a-5}$

设 $a-5=t$ 则 $a=t+5$

$$S_{\Delta OQM}=\frac{4(t+5)^2}{t}=4(t+\frac{25}{t}+10)\geq 4(10+10)=10$$

当且仅当 $t=5$ 即 $a=10$， $b=10$ 时上式取等号

故使三角形 OQM 面积最小的直线 l 的方程是 $\frac{x}{10}+\frac{y}{10}=1$

174、等边三角形 ABC 的边长为 4,顶点 A 在坐标原点,y 轴与 BC 边的垂直平分线重合,求 A、B、C 三点的坐标.(点 B 在点 C 左边)要过程(初中)

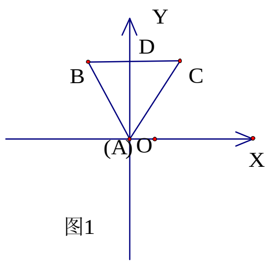


图1

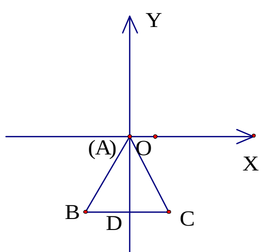


图2

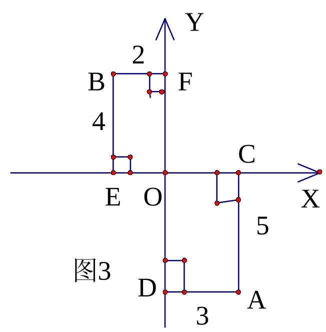


图3

解：有两种情况
第一种情况，图 1，

在直角三角形 ABD 中，$\angle BAC=30^{\circ}$，AB=4

所以 BD=2，AD=$2\sqrt{3}$ 因此 B（-2，$2\sqrt{3}$），

直角三角形 ABD 中，BD=2。因此 C（2，$2\sqrt{3}$），

第二种情况，图 2 同样得到

B（-2，--2$\sqrt{3}$），C（2，--2$\sqrt{3}$）

讲评：写一点的坐标很重要！
一点的横坐标就是横线长度添符号（正负号）
纵坐标就是纵线长度添符号（正负号）
看图 3：B 点的横线长是 2，B 点横方向为负，在 2 前面添负号就是 B 点的横坐标，因此 B 点的横坐标是-2，B 点的纵线长是 4，B 点在纵方向为正，在 4 前面添正号就是 B 点的纵坐标，因此 B 点的纵坐标是 4，总之 B 点的坐标是（-2，4）、同样的道理 A 点的坐标是（3，5）

195、已知圆 C：已知圆 C： $x^2+y^2-2x+4y-4=0$，过点 $(0,1)$ 作直线 l 与圆 C 相交于 A、B 两点，以 AB 为直径的圆恰好经过原点，求直线 l 的方程
解：设直线 l 的方程为 $y=kx+1$
以 AB 为直径的圆的方程为 $x^2+y^2-2x+4y-4+\lambda(kx-y+1)=0$（1）
则此圆的圆心为 M $\left(\frac{2-\lambda k}{2},\frac{\lambda-4}{2}\right)$
由 M 在直线 AB 上得 $\frac{\lambda-4}{2}=\frac{k(2-\lambda k)}{2}+1$
由圆（1）过原点得 $-4+\lambda=0$
于是 $\lambda=4, k=1或k=-\frac{1}{2}$
直线 l 的方程为 $y=x+1或y=-\frac{1}{2}x+1$

228、求 $y=2^x$ 关于 x+y+1=0 对称的曲线方程. 请问是否可先将方程 x+y+1=0 向上平移一个单位,变成 x+y=0,然后根据关于 x=-y 对称将原函数 x,y 对调,再向左平移一个单位,导出方程.如果不对,请说明原因,并给予正确解法,谢谢!

答：（1） $y=2^x$ 关于 x+y+1=0 对称的曲线方程的常规求法是

设（x,y）是对称图象上任意一点
则它关于 x+y+1=0 的对称点是（-y-1，-x-1）

它在 $y=2^x$ 的图象上，故 $-x-1=2^{-y-1}$

因此所求的函数解析式是 $y=-\log_2(-x-1)-1$

（2）按你的方法是

$y=2^x$ 关于 x+y=0,对称得 $-x=2^{-y}$ 即 $y=-\log_2(-x)$

再左移一个单位得 $y=-\log_2[-(x+1)]=-\log_2(-x-1)$ 与上面不同

（3）解释：取一个特殊点 A（0，1）关于 x+y+1=0 的对称点是 B（-2，-1），而 A（0，1）x+y=0,对称点是 C（-1，0），C（-1，0）左移 1 个单位变为 D（-2，0）与实际不符合

(4)你的思路是可取的，把 $y=2^x$ 与直线 x+y+1=0 与都向上平移一个单位,变成

$y=2^x+1$ 与 x+y=0,对称得 $-x=2^{-y}+1$,再下移1个单位 $-x=2^{-(y+1)}+1$,

因此所求的函数解析式是 $y=-\log_2(-x-1)-1$

229、直角三角形的直角顶点为(-2,3)斜边所在直线方程是 4x-3y-7=0,求斜边中线所在直线斜率范围.
解:求斜边中线所在直线就是:角顶点为 A(-2,3)与斜边所在直线方程是 4x-3y-7=0,上的任意一点的连线，只有过点为 A(-2,3)的所有直线只有一条直线与 斜边所在直线方程是 4x-3y-7=0 不相交（与它平行的），因此斜边中线所在直线斜率范围.是 $k\neq\frac{4}{3}$
246、若原点在直线 l 上的射影是 P（-2，1）则 l 的方程为________________
解：$k_{OP}=-\frac{1}{2}$，则直线 l 的斜率是 2
l 的方程是 y-1=2(x+2)，即 2x-y+5=0
259、求证: 不论 m 取任何实数,方程 (3m+4)x + (5-2m)y + 7m-6 = 0 所表示的曲线都必经过一个定点,并求这一点的坐标.
证明：把(3m+4)x + (5-2m)y + 7m-6 = 0 按 m 整理得
m (3x -2y + 7)+ 4x + 5y -6 = 0(1)
联立 3x -2y + 7＝0 与 4x + 5y -6＝0 解得两直线的交点 M（-1，2）
把 M（-1，2）代入(1)式:
左边＝m ×0+ 0＝右边
因此,
方程 (3m+4)x + (5-2m)y + 7m-6 = 0 所表示的曲线都必经过定点,M（-1，2）

263、.圆 $x^2+y^2+2x+2y+c=0$ 与直线 2x+2y+c=0 的位置关系为?

解：.圆 $(x-1)^2+(y-1)^2=2-c$

因此 $2-c>0$，$c<2$，$r=\sqrt{2-c}$

圆心 (1,1) 到 2x+2y+c=0 的距离

$$d=\frac{|2+2+c|}{\sqrt{4+4}}=\frac{|4+c|}{2\sqrt{2}}$$

$$d^2-r^2=\frac{c^2+8c+16}{8}-\frac{16-8c}{8}=\frac{c(c+16)}{8}$$

故（1）当 $c<-16或0<c<2$ 时 $d>r$，相离
（2）当 $c=-16或c=0$ 时 $d=r$，相切
（3）当 $-16<c<0$ 时 $d<r$，相交

264、.直线 x+7y-10=0 把圆 $x^2+y^2=4$ 分成两段弧,则这两段弧的弧度之差为多少?

解：圆心 (0,0) 到.直线 x+7y-10=0 的距离

$d=\dfrac{|0+0-10|}{\sqrt{50}}=\sqrt{2}$，弦对圆心 (0,0) 的张角为 a

则 $\cos\dfrac{a}{2}=\dfrac{d}{r}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\dfrac{a}{2}=\dfrac{p}{4}$，$a=\dfrac{p}{2}$

两段弧的弧度之差＝$(2p-a)-a=2p-2a=p$

或 $2a-2p=-p$

265、.方程 $ax^2+ay^2-4(a-1)x+4y=0$ 表示圆求实数 a 的取值范围,并求出其中半径最小的圆的方程.

解：（1）当 $a=0$ 时

$ax^2+ay^2-4(a-1)x+4y=0$ 表示直线

（2）当 $a\neq 0$ 时，方程化为

$x^2+y^2-4(1-\dfrac{1}{a})x+\dfrac{4}{a}\bullet y=0$

$[x-2(1-\dfrac{1}{a})]^2+(y+\dfrac{2}{a})=4(1-\dfrac{1}{a})^2+\dfrac{4}{a^2}>0$

因此当 $a\neq 0$ 时，这个方程表示圆

半径为 r，则 $r^2=4(1-\dfrac{1}{a})^2+\dfrac{4}{a^2}=4(\dfrac{2}{a^2}-\dfrac{2}{a}+1)==8(\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{1}{a})+4=8(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{2})^2+2$

故当 $a=2$ 时，r 的最小值为 $\sqrt{2}$

266、.求圆 $x^2+y^2=4$ 上与直线 4x+3y+m=0 的距离最大的点 P 的坐标.

解：解：圆心 (0,0) 到.直线 4x+3y+m=0 的距离 $d=\dfrac{|m|}{5}$

因此圆上的点到.直线 4x+3y+m=0 的最大距离是 $d+r=\dfrac{|m|}{5}+2$

这个点在直线 3x-4y=0 上，设倾斜角为 a，则

$\tan a=\dfrac{3}{4}$，$\cos a=\dfrac{4}{5}$，$\sin a=\dfrac{3}{5}$

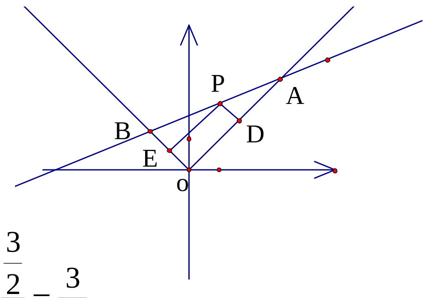
当 $m>0$ 时，所求的点为 $(r\cos a, r\sin a)=(\dfrac{8}{5},\dfrac{6}{5})$

当 $m<0$ 时，所求的点为 $(-r\cos a,-r\sin a)=(-\dfrac{8}{5},-\dfrac{6}{5})$

当 $m=0$ 时，所求的点为 $(\dfrac{8}{5},\dfrac{6}{5})$ 或 $(-\dfrac{8}{5},-\dfrac{6}{5})$

334、已知直线 x+y=0,x-y=0,点 P(1,2),过点 P 作直线 l 与这两条直线交于 x 轴上方的两点 A,B ,当三角形 ABC 面积最小时,求直线 l 的方程

解：设过 P(1,2),作 $PD \perp OA$于D



作 $PD \perp OB$于E

则 $PD = \frac{\sqrt{2}}{2}$， $PE = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

设 $PD = t$， 则 $\frac{BE}{PE} = \frac{PD}{AD} \Rightarrow BE = \frac{PE \bullet PD}{AD} = \frac{\frac{3}{2}}{t} = \frac{3}{2t}$

$S_{\Delta ABO} = \frac{1}{2}OA \bullet OB = \frac{1}{2}(\frac{3\sqrt{2}}{2} + t)(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{2t})$

$= \frac{1}{2}(3 + \frac{\sqrt{2}}{2}t + \frac{9\sqrt{2}}{4t}) = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}(t + \frac{9}{2t}) \geq \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \bullet 2\sqrt{\frac{9}{2}}$

当且仅当 $t = \frac{9}{2t}$ 即 $t = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ 时上式取等号

此时 A（2，2）

故直线 l 的方程的方程为 $y = 2$

354、如果直线 L 沿 x 轴负方向平移 3 个单位，再沿 y 轴正方向平移 1 个单位后，又回到原来的位置，求直线的斜率

解：如果直线 L 沿 x 轴负方向平移 3 个单位，再沿 y 轴正方向平移 1 个单位后，又回到原来的位置，求直线的斜率

y=kx+b 按向量左移 3 个单位,上移 1 个单位得

y=kx-3k+b+1 与原来一样

故-3k+b+1＝b,$k = \frac{1}{3}$

362、已知两条直线 y=kx+2k+1 和 x+2y-4=0 的交点在第四象限，求实数 k 的取值范围。

解：y=kx+2k+1=k(x+2)+1 过定点 A（-2，1）

直线 x+2y-4=0 与 X 轴的交点是 B（4，0）

因为，点 A（-2，1），B（4，0）连线的斜率是$-\frac{1}{6}$，

直线 x+2y-4=0 的斜率是$-\frac{1}{2}$

故两条直线 y=kx+2k+1 和 x+2y-4=0 的交点在第四象限的充要条件是

k∈（$-\frac{1}{6}$，$-\frac{1}{2}$）

364、三角形ABC的顶点分别为A（-3，0），B（9，5），C（3，9），直线l过点C且把三角形的面积分为1：2的两部分，求直线l的方程。
解：直线l过点C且把三角形的面积分为1：2的两部分

故直线l与AB的交点D分AB的比是1:2

$$\therefore X_D=\frac{-3+\frac{1}{2}*9}{1+\frac{1}{2}}=1,\quad Y_D=\frac{0+\frac{1}{2}*5}{1+\frac{1}{2}}=\frac{5}{3}$$

365、与圆C：$(x-2)^2+(y-2)^2=2$相切,且在两坐标轴上的截距互为相反数的直线有多少条?并写出方程.

解：当直线不过原点时，设方程为$\frac{x}{a}-\frac{y}{a}=1$，即$x-y-a=0$

于是$\frac{|2-2-a|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，得$a=\pm2$，方程为x-y±2=0

当直线过原点时，设方程为$y=kx$，即$kx-y=0$

$\frac{|2k-2|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{2}$得$k=2\pm\sqrt{3}$，方程为$y=(2\pm\sqrt{3})x$，有4条

365、过点P(2,-1)作圆C:$x^2+y^2-2x-4y+3=0$的切线,切点为A,B.求直线AB的方程.
解：把圆$x^2+y^2-2x-4y+3=0$按向量（-1，-2）平移到

$x^2+y^2=2$，这时点P(2,-1)移到了$P_1(1,-3)$，切点为A,B平移到了切点为A_1,B_1

则直线A_1B_1的方程为$x-3y=2$

平移到原来的位置就是$(x-1)-3(y-2)=2$

366、已知圆$x^2+y^2=1$,定点Q(2,0),A为已知圆上一个动点
(1)求线段AQ的中点轨迹
(2)直线AQ与圆交于另一点B,求 弦AB的中点轨迹.
解：（1）设A（m.n）,线段AQ的中点(x,y)

则m=2x-2.n=2y代入圆方程得$(2x-2)^2+2y^2=1$为所求

（2）设弦AB的中点为P（x,y）

由题意$\angle OPA=90°$，因此，$x^2+y^2+(x-2)^2+y^2=4$

367、如果直线 ax+by=4 与圆 $x^2+y^2=4$ 有两个不同的交点,则点 P(a,b) 与圆的位置关系是______

解：ax+by=4 与圆 $x^2+y^2=4$ 有两个不同的交点

故 $\frac{4}{\sqrt{a^2+b^2}}<2$，$\sqrt{a^2+b^2}>2$，故点 P(a,b) 在圆外

402、把直线 x-y+$\sqrt{3}-1$=0，绕点 **(*1*,*3*)** 逆时针旋转 *15°* 所得直线的方程是（　　）

A.（2+$\sqrt{3}$）x-y-2=0　　　　B.y=$\sqrt{3}$x

C . y=$\sqrt{3}$x+$\sqrt{3}$　　　　D. y=$-\sqrt{3}$x

解：倾斜角＝$45°+15°=60°$，$k=\sqrt{3}$

排除 A、D

直线 y=$x+1-\sqrt{3}$ 绕点 **(*1*,*3*)** 逆时针旋转 *15°*，则在 y 轴上的截距变小

排除 C　　故选 B

403、下列命题

(1)若两直线平行，则其斜率相等

(2)若两直线垂直，则其斜率的积为负 1

(3)过点（-1，1）且斜率为 2 的直线的方程为 $\frac{y-1}{x+1}=2$

(4)垂直于 x 轴的直线平行于 y 轴

正确的命题个数是（　　）

A.0　　　B.1　　　C.2　　　D.3

解：（1）若两直线平行，则其斜率相等（假）

垂直于 x 轴的两直线无斜率

（2）若两直线垂直，则其斜率为负 1（假）

x 轴与 y 轴垂直，但 y 轴无斜率

（3）过点（-1，1）且斜率为 2 的直线的方程为 $\frac{y-1}{x+1}=2$（假）

点（-1，1）在直线上，但不是方程 $\frac{y-1}{x+1}=2$ 的解

（4）垂直于 x 轴的直线平行于 y 轴（假）

y 垂直于 x 轴的直线于 y 轴重合

故选 A

412、等腰直角三角形的斜边所在的直线方程是 $3x-y+5=0$，直角顶点坐标是（4，-1），则此等腰直角三角形在第一象限的顶点坐标是多少？(教学好题)

解：直角顶点坐标是（4，-1）到斜边的距离是

$$d=\frac{|12+1+5|}{\sqrt{9+1}}=\frac{18}{\sqrt{10}}$$

设所求的点为 (x,y)，则

$\begin{cases} y=3x+5 \\ (x-4)^2+(y+1)^2=(\frac{18}{\sqrt{5}})^2 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=\frac{2}{5} \\ y=\frac{31}{5} \end{cases}$，$\begin{cases} x=-\frac{16}{5} \\ y=-\frac{23}{5} \end{cases}$

故在第一象限的顶点坐标是（$\frac{2}{5},\frac{31`}{5}$）

414、点 $C(a,b)$（$ab\neq 0$）是一个定点，过 C 作 2 条互相垂直的直线 l_1 与 l_2，若 l_1 交 x 轴于点 A，l_2 交 y 轴于点 B，

（1）设线段 AB 中点为 M(x,y)，求 x,y 之间的关系式

（2）若|MC|的最小值为 $\frac{1}{2}$，求 a,b 满足的关系式

解：（1）设 l_1： $y-b=k(x-a)$， l_2： $y-b=-\frac{1}{k}(x-a)$

则 $A(a-\frac{b}{k},0)$， $B(0,b+\frac{a}{k})$

因为，M（x,y）是线段 AB 的中点

所以， $x=\frac{1}{2}(a-\frac{b}{k})$， $y=\frac{1}{2}(b+\frac{a}{k})$ 消去 k 得

$2ax+2by-a^2-b^2=0$（$ab\neq 0$）为所求的关系，

（2）因为 M 点的轨迹是直线 l： $2ax+2by-a^2-b^2=0$

所以当 $MC\perp l$ 时 $|MC|$ 取最小值,

于是 $|\frac{2a^2+2b^2-a^2-b^2}{2\sqrt{a^2+b^2}}|=\frac{1}{2}$， $a^2+b^2=1$（$ab\neq 0$）

441、过点 $A(0,1)$和$B(4,m)$，并且与 x 轴相切的圆有且仅有一个，求 m 值及此时对应圆的方程。(好题)

解：设圆的方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$（$r>0$）

因圆与 x 轴相切故 $r=|b|$

因此 $a^2+(1-b)^2=b^2$，$(4-a)^2+(m-b)^2=b^2$

化简得 $a^2+1=2b$，$(4-a)^2+m^2=2mb$

消 b 得 $m(a^2+1)=(4-a)^2+m^2$

整理得 $(m-1)a^2+8a+m-m^2-16=0$

这个关于 a 的方程只有一解

故 $m=1$

或 $\Delta=64-4(m-1)(m-m^2-16)=0\Rightarrow m[(m-1)^2+16]=0$，m=0(舍)

综上 $m=1$，$a=2$，$b=\frac{5}{2}$

此时圆的方程为 $(x-2)^2+(y-\frac{5}{2})^2=(\frac{5}{2})^2$

446、

若直线l_1与l_2交角平分线方程为$y=x$，当l_1方程为$ax+by+c=0$时l_2的方程为**?**

解：因l_1与l_2交角平分线方程为$y=x$故l_1与l_2关于直线$y=x$对称

因l_1方程为$ax+by+c=0$故l_2的方程为$ay+bx+c=0$

448、直线 $x+y\cos a+2=0$ 的倾斜角的取值范围是什么？

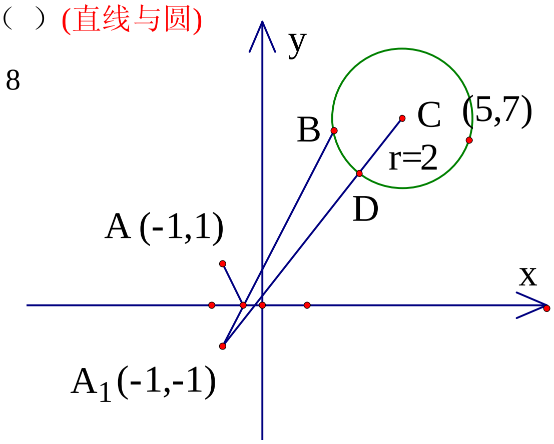
解：$y=-\frac{1}{\cos a}x-\frac{2}{\cos a}$

设倾斜角为q

则 $\tan q=-\frac{1}{\cos a}\in(-\infty,-1]\mathbf{U}[1,+\infty)$

故$q\in(-\infty,-\frac{p}{4}]\mathbf{U}[\frac{p}{4},+\infty)$

459、已知点 A（—1，1）和圆 C：（x—5）^{2}+（y—7）^{2}=4，一束光线从点 A 经过 x 轴反射到圆周 C 的最短路程是（ ）(直线与圆)



A．10　B．$6\sqrt{2}-2$　C．4　D．8

解：

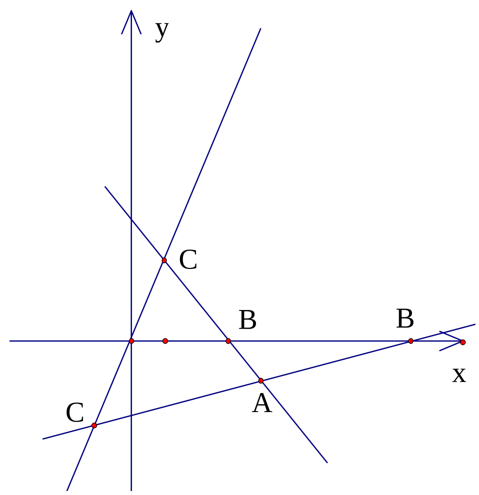
作 A 关于 x 轴的对称点 A_1

则连 A_1O_1 交圆 C 于点 D，则

$|A_1D|=\sqrt{6^2+8^2}-2=10-2=8$

为所求的最短路程，选 D

464、过点 A（3，-1）作直线 l 交 x 轴于 B，交直线 l_1：y=2x 于 C，且|BC|=2|AB|，求直线 l 的方程(直线与圆)



解：$B(m,0)\ C(n,2n)$

因|BC|=2|AB|

故 $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AB}$ 或 $\overrightarrow{BC}=-2\overrightarrow{AB}$

当 $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AB}$ 时，则

则 $(n,2n)-(m,0)=2[(m,0)-(3,-1)]$

$(n-m,2n)=(2m-6,2)$

$n-m=2m$ 且 $2n=2$

解得 $n=1, m=\frac{1}{3}$ 用两点式写出 l 的方程

当 $\overrightarrow{BC}=-2\overrightarrow{AB}$ 时，同样做下去

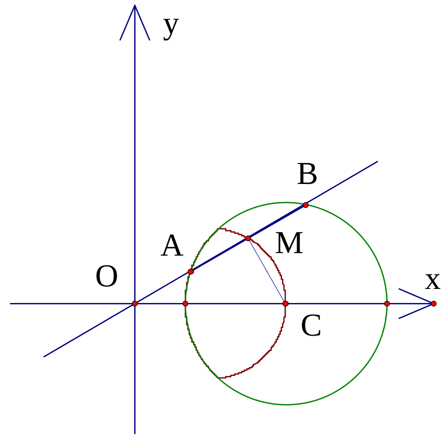
477、已知点 P 在直线 x+3y=0 上，且它到原点的距离与到直线 x+3y-2=0 的距离相等，求点 P 的坐标。(直线与圆)

解：P（$-3n, n$）

则 $\sqrt{9n^2+n^2}=\frac{|-3n+3n-2|}{\sqrt{10}}$ 解得 $n=\pm\frac{1}{5}$

故点 P 的坐标是 $(-\frac{3}{5},\frac{1}{5})$ 或 $(\frac{3}{5},-\frac{1}{5})$

481、过原点的直线与圆 $x^2+y^2-6x+5=0$ 相交于 A、B 两点，求弦 AB 的中点 M 的轨迹方程。(直线与圆)



解：圆的方程是 $(x-3)^2+y^2=4$，

圆心为 $C(3,0)$，半径 $r=2$

连 MC，因为 M 是弦 AB 的中点
所以，$MC\perp AB$，又 AB 过原点 O
因此动点 M 的轨迹是以 OC 为直径的圆在已知圆内部的一段弧
M 的轨迹方程是
$(x-\frac{3}{2})^2+y^2=\frac{9}{4}$（$\frac{8}{3}<x\leq 3$）

487、直线 l_1 过 A(5,0),L2 过点 B(0,1)，$l_1 // l_2$ 到,且 l_1，l_2 之间的距离为 5,求 l_1 与 l_2 的方程. (直线与圆)

解：当两直线与 x 轴垂直时，l_1：x=5　l_2：x=0　满足条件

当两直线与 y 轴不垂直时　设 l_1：$y=k(x-5)$，l_2：$y=kx+1$ 即

l_1：$kx-y-5k=0$，l_2：$kx-y+1=0$，于是 $\frac{|5k+1|}{\sqrt{k^2+1}}=5$，$k=\frac{12}{5}$

490、点 P(8，1)平分双曲线 $x^2-4y^2=1$ 的一条弦，则这条弦所在的直线方程是？(圆锥曲线)
解：设弦端点（x_1,y_1）和（x_2,y_2）分别代入 $x^2-4y^2=1$ 得两方程
相减得 $(x_1+x_2)(x_1-x_2)-4(y_1+y_2)(y_1-y_2)=0$

$\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{x_1+x_2}{4(y_1+y_2)}=\frac{8}{4\times 1}=2$ 为弦斜率

弦所在的直线方程 y-1=2(x-8)
491、若点 M(x0,y0)是直线 l:f(x,y)=0 上的一点,点 N(x_1,y_1)在直线 l 外,那么方程 $f(x,y)+f(x_1,y_1)+f(x_0,y_0)=0$ 表示的直线 l' 与直线 l 的位置关系是(　　)
A.平行　B.重合　C.相交　　D.不确定
请说明理由
解：因 M(x0,y0)是直线 l:f(x,y)=0 上的一点
故 f(x0,y0)=0
因点 N(x1,y1)在直线 l 外
故 f(x1,y1)≠0,比如 f(x1,y1)＝3
方程 f(x,y)+f(x1,y1)+f(x0,y0)=0 就是 f(x,y)+3=0
与 f(x,y)=0 表示的直线平行

496、 点P(a，6)到直线 3x-4y-2=0 的距离大于 4,a 的范围是:

解：$\frac{|3a-24-2|}{\sqrt{3^3+4^2}}>4$，$|3a-26|>20$，故 $a>\frac{46}{3}$ 或 $a<2$ (直线与圆)

497、已知△ABC 的一条内角平分线 CD 的方程为 2x+y-1=0,两个顶点 A(1,2),B(-1,1),求第 3 个顶点 C 的坐标.

解：设 A(1,2)关于 2x+y-1=0 的对称点是 E（m,n）

则 $\begin{cases} m+1+\frac{n+2}{2}-1=0 \\ \frac{n-2}{m-1}=\frac{1}{2} \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=-\frac{7}{5} \\ n=\frac{4}{5} \end{cases}$

则 E（$-\frac{7}{5},\frac{4}{5}$）在 BC 上

直线 BC 的方程是 $\frac{y-1}{\frac{4}{5}-1}=\frac{x+1}{-\frac{7}{5}+1}$ 即 $x-2y+3=0$

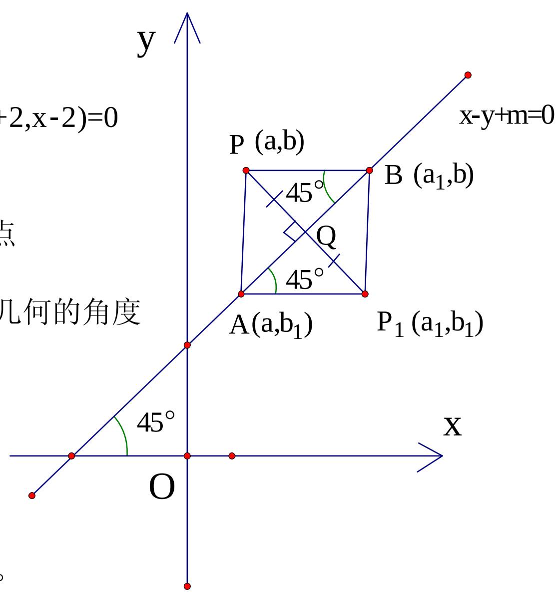
联立 $\begin{cases} x-2y+3=0 \\ 2x+y-1=0 \end{cases}$ 解得 C($-\frac{1}{5},\frac{7}{5}$)

502、“曲线 f(x,y)=0 关于直线 x-y-2=0 对称的曲线方程为 f(y+2,x-2)=0”，如何从图象的角度进行解释？(直线与圆)

方法 1：纯代数方法

设(x,y)是所求曲线上的任意一点它关于直线 x-y-2=0 的对称点设为（m,n）

则 $\begin{cases} \frac{x+m}{2}-\frac{y+n}{2}-2=0 \\ \frac{n-y}{m-x}=-1 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=y+2 \\ n=x-2 \end{cases}$



由于点（m,n）在曲线 f(x,y)=0 上

所以 f(m,n)=0，于是对称的曲线方程为 f(y+2,x-2)=0

由此可知要写出曲线 f(x,y)=0 关于直线 x-y-2=0 对称的曲线方程关键要求出一个点关于直线 x-y-2=0 对称点

方法 2：几何方法

如果对称轴的斜率为正 1 或-1 是很容易从几何的角度求出对称点的坐标的。

例如设点 P（a，b）关于直线 x-y+m=0 的对称点为 P_1（a_1，b_1）如图

连 P P_1 与直线 x-y+m=0 交于 Q 点

作 P_1A∥x 轴与直线 x-y+m=0 交于 A 点

作 PB∥x 轴与直线 x-y+m=0 交 B 点

连 PA， P_1B，由 P_1A∥x 轴得∠P_1AQ=45°

由 P 与 P_1 关于直线 x-y+m=0

所以∠PAQ=45° 故∠PA P_1=90°

故 PA⊥x 轴，同理 P_1B⊥x 轴

因此 A（a，b_1），B（a_1，b）

由于 A，B 在对称轴 x-y+m=0 上

因此 a- b_1+m=0，a_1- b+m=0

结论

P 点的横坐标 a 代入对称轴 x-y+m=0 得 a-y+m=0 求出 y 为对称点纵坐标

P 点的纵坐标 b 代入对称轴 x-y+m=0 得 x-b+m=0 求出 x 为对称点横坐标

当对称轴的斜率为-1 时即对称轴是直线 x+y+m=0 时有相同的结论。

方法 3：代数与几何结合法

曲线 f(x,y)=0 关于直线 x-y-2=0 对称的曲线方程为 f(y+2,x-2)=0”，如何从图象的角度进行解释？

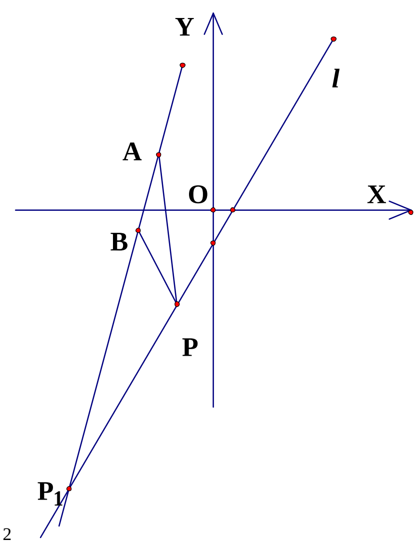
先把对称轴 x-y-2=0 与曲线 f(x,y)=0 都上移 2 个单位得，新称轴 y=x 与新曲线 f(x,y-2)=0，再把 f(x,y-2)=0 关于 y=x 对称得 f(y, x-2)=0,最后下移 2 个单位得 f(y+2, x-2)=0 为所求 (直线与圆)

520、已知点 A（-2，2）及点 B（-3，-1），

试在直线 *l*：2x-y-1=0 上求出符合下列条件的点 P：

（1）使|PA|-|PB|为最大；

（2）使$|PA|^2+|PB|^2$为最小(直线与圆)



解：(1)作直线 AB,其方程为 $y=3x+8$

与 *l*：2x-y-1=0 的交点为 $P_1(-9,-19)$

$|PA|-|PB|\le|AB|=\sqrt{10}$

当且仅当 $P与P_1$ 重合时上式取等号

故 $P(-9,-19)$ 时|PA|-|PB|为最大

（2）设 $P(x,y)$ 则， $y=2x-1$

$|PA|^2+|PB|^2=(x+2)^2+(y-2)^2+(x+3)^2+(y+1)^2$

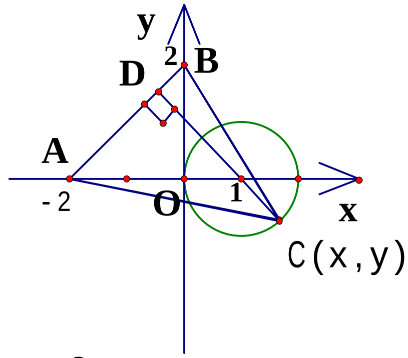
$=(x+2)^2+(2x-3)^2+(x+3)^2+(2x)^2$

$=10x^2-2x+22=10(x^2-\frac{1}{5}x)+22$

$=10(x-\frac{1}{10})^2+21\frac{9}{10}$

故当 $x=\frac{1}{10}$ 时$|PA|^2+|PB|^2$小此时 $P(\frac{1}{10},-\frac{4}{5})$

536、已知 A(-2,0)，B(0,2)，C 是圆 $x^2+y^2-2x=0$ 上任意一点,则△ABC 的面积最大值是? (直线与圆)



解：圆 $x^2+y^2-2x=0$ 就是 $(x-1)^2+y^2=1$

作 $CD\perp AB$于点D

△ABC 面积＝$\frac{1}{2}|AB||CD|=\sqrt{2}|\text{CD}|$

要使△ABC 的面积最大就只要$|\text{CD}|$最大

因为圆心(1，0)到直线 AB： $x-y+2=0$ 的距离 $d=\frac{3}{\sqrt{2}}$

所以$|\text{CD}|$最大=$d+r=\frac{3}{\sqrt{2}}+1$

故△ABC 的面积最大值是 $\sqrt{2}(\frac{3}{\sqrt{2}}+1)=3+\sqrt{2}$

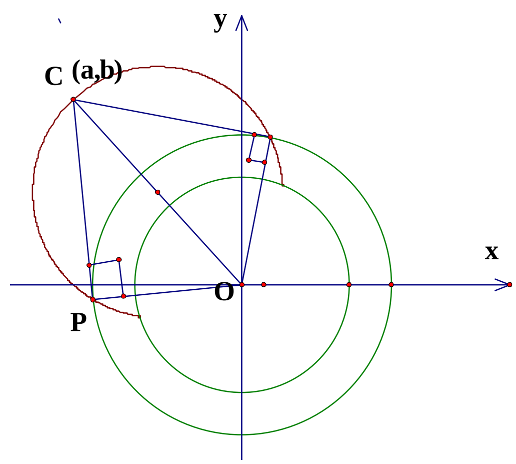
540、按你原来的图此题题应该是
已知圆 的半径是 5，两条切线交于（5，8），
求当圆的半径扩大时，两切点的的轨迹(直线与圆)
解：设变化的切点为 P(x，y),切线交点 C(5,8)
连结 PO,则$\angle CPO=90°$
因此 P 点的轨迹是以 OC 为直径的在已
知圆之外的一段弧，其方程是

$$(x-\frac{5}{2})^2+(y-4)^2=(\frac{\sqrt{89}}{2})^2$$

此题的一般形式是

已知定点 C(a,b)在圆 $x^2+y^2=25$ 的外部，过定点 C 作圆的两条切线，当圆的半径扩大时，求两切点的的轨迹。
解：设变化的切点为 P(x，y),
连结 PO,则$\angle CPO=90°$
因此 P 点的轨迹是以 OC 为直径的
在 $x^2+y^2=25$ 之外部的一段弧，
其方程是，

$$(x-\frac{a}{2})^2+(y-\frac{b}{2})^2=(\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2})^2$$



578、问题：有些资料上说，直线

$A_1x+B_1y+C_1=0$与$A_2x+B_2y+C_2=0$

平行的充要条件是：$\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}\neq\dfrac{C_1}{C_2}$ (直线与圆)

答：上面的说法是错误的。
正确的说法 1：当$A_2B_2C_2\neq 0$时

直线$A_1x+B_1y+C_1=0$与$A_2x+B_2y+C_2=0$平行的充要条件是：$\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}\neq\dfrac{C_1}{C_2}$

正确的说法 2：

$A_1x+B_1y+C_1=0$与$A_2x+B_2y+C_2=0$

平行的充要条件是：$\begin{cases}A_1B_2=A_2B_1\\ A_1C_2\neq A_2C_1\text{或}B_1C_2\neq B_2C_1\end{cases}$

584、过点$P(6,\sqrt{3})$的直线l与x轴，y轴分别交于 A、B 两点，若$\overrightarrow{AP}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{PB}$，求直线的斜率。(直线与圆)

解：设 A（a,0）,B(0，b)

$\overrightarrow{AP}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{PB}$，$(6-a,\sqrt{3})=\dfrac{1}{2}(-6,b-\sqrt{3})$

于是$6-a=-3,\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}(b-\sqrt{3})$，$a=9,b=3\sqrt{3}$

610、A,B 是抛物线 $y=x^2$ 上不同的两点,其横坐标是方程 $x^2\sin\alpha+x\cos\alpha-1=0$ 的根,确定直线 AB 与圆 $x^2+y^2=1$ 的位置关系(圆锥曲线)

解：A,B 是抛物线 $y=x^2$ 上不同的两点,其横坐标是方程 $x^2\sin\alpha+\cos\alpha-1=0$ 的根

于是 $y_A=x_A^2$，$x_A^2\sin\alpha+x_A\cos\alpha-1=0$

所以 $y_A\sin\alpha+x_A\cos\alpha-1=0$

同理 $y_B\sin\alpha+x_B\cos\alpha-1=0$

所以直线 AB 的方程是 $y\sin\alpha+x\cos\alpha-1=0$

圆 $x^2+y^2=1$ 的圆心 O(0，0)到直线 AB 的距离是

$$d=\frac{|0\bullet\cos\alpha+0\bullet\sin\alpha-1|}{\sqrt{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}}=1=r$$

因此直线 AB 与圆 $x^2+y^2=1$ 的位置关系是相切

612、直线l_1过 A(5,0), 直线l_2过点 B(0,1), $l_1 // l_2$,且l_1，l_2之间的距离为 5,求l_1与l_2的方程. (直线与圆)

解：当两直线与 x 轴垂直时，l_1：x=5　l_2：x=0　　满足条件

当两直线与 y 轴不垂直时

设l_1：$y=k(x-5)$，l_2：$y=kx+1$即

l_1：$kx-y-5k=0$，l_2：$kx-y+1=0$

于是 $\dfrac{|5k+1|}{\sqrt{k^2+1}}=5$，$k=\dfrac{12}{5}$

l_1：$y=\dfrac{12}{5}(x-5)$，l_2：$y=\dfrac{12}{5}x+1$

综上：l_1与l_2的方程是l_1：x=5　l_2：x=0 或l_1：$y=\dfrac{12}{5}(x-5)$，l_2：$y=\dfrac{12}{5}x+1$

620、一个圆过$x^2+y^2-2x=0$与直线$x+2y-3=0$的交点，且圆心在y轴上，则这个圆的方程为_________(直线与圆)

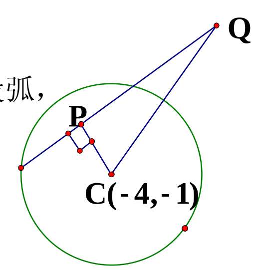
解：设所求圆的方程为$x^2+y^2-2x+l(x+2y-3=0)=0$

$x^2+y^2-(2-l)x+2ly-3l=0$

因圆心在y轴上，故$l=2$

所求圆的方程为$x^2+y^2+2y-6=0$

621、过 Q(2，3)引直线与圆$x^2+y^2+8x+2y+8=0$交于 R、S 两点，那么弦 RS 中点的轨迹方程为________(直线与圆)



解：设$P(x,y)$，已知圆圆心$C(-4,-1)$，因$CP\perp PQ$，

故 P 点的轨迹是以 QC 为直径的圆在已知圆内部的一段弧，

其圆心为$(-1,1)$，半径是$\sqrt{13}$

方程为$(x+1)^2+(y-1)^2=13$

部的一段弧，其圆心为$(-1,1)$，半径是$\sqrt{13}$

636、直线l经过点 P（2，1），且与两坐标轴围成的三角形的面积为 S，如果符合条件的直线 l 能作且只能作三条，求三角形面积 S。

（有没有简单的巧妙的方法，最好是数形结合）(直线与圆)

答：需要使在第一象限的三角形面积取到最小值才能有第一象围成的三角形恰好一个，这样才能使之与第二、第四围成一个共三个

所求的 S=4

696、已知一次函数 y=kx+b 的图象过(-2,5),并与 y 轴交于 P 点,直线 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 与 y 轴交于 Q,Q 点与 P 点关于 x 轴对称.求这个一次函数的解析式. (直线与圆)

解: $y=-\frac{1}{2}x+3$ 与 y 轴交于 Q（0，3）它关于 x 轴对称点 P（0，-3）

一次函数 y=kx+b 的图象过(-2,5) 和 P（0，-3）

5=-2k+b,-3=b 于是 b=-3 ，k=-4

所以一次函数的解析式是 y=-4x-3

754、曲线 $x^2+y^2-2ay=0$ 关于直线 $y=x+1$ 对称的充要条件为 $a=$ ___

解: $x^2+(y-a)^2=a^2$

当 $a\neq 0$ 时表示一个圆，当 $a=0$ 时表示一个点。

圆关于直线对称的充要条件是：圆心 $(0,a)$ 在对称轴上

于是 $a=1$

783、直线 l 在 y 轴的截距为 10，且原点到直线 l 的距离是 8。求直线 l 的方程。(直线与圆)

解：设 $l: y=kx+10$，即 $kx-y+10=0$

依题意得: $\frac{|k0-0+10|}{\sqrt{k^2+1}}=8$，$\frac{10}{\sqrt{k^2+1}}=8$

$\sqrt{k^2+1}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$ 解得 $k=\pm\frac{3}{4}$

于是 $l: y=\pm\frac{3}{4}x+10$

784、直线 l 到 2 条平行线 2x-y+2=0 和 2x-y+4=0 的距离相等。(直线与圆)

求直线 l 的方程

解：所求的方程是 $\frac{2x-y+2+2x-y+4}{2}=0$

注：中间点与中间线都是相加除以 2

787、点 P 在直线 3x+y-5=0 上，且点 P 到直线 x-y-1=0 的距离为 $\sqrt{2}$，求点 P 坐标

解：设 P（ x，y）则有

3x+y-5=0，$\frac{|x-y-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

联合解得点 P 坐标

937、(圆锥曲线)

已知圆 C：$x^2+y^2-2x+4y-4=0$,是否存在斜率为 1 的直线，使以 l 被圆 C 所截的弦 AB 为直径的圆经过原点？若存在，写出直线 L 的方程，若不存在，说明理由。

解：设 l：$x-y+m=0$，以弦 AB 为直径的圆为方程为

则 $x^2+y^2-2x+4y-4+l(x-y+m)=0$

圆心是 $(1-\frac{l}{2},-2+\frac{l}{2})$ 于是

$$\begin{cases}1-\frac{l}{2}+2-\frac{l}{2}+m=0\\-4+lm=0\end{cases},$$

消 l 得 $m^2+3m-4=0$，解得 $m=-4,m=1$

故 l：$x-y-4=0$ 或 $x-y+1=0$

946、(圆锥曲线)

过 $P(x_0,y_0)$ 作圆 C：$x^2+y^2=r^2(r>0)$ 的两条切线，切点分别为 M、N，求直线 MN 的方程。

解：设切点 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，则过 M、N 圆的切线方程分别是

$x_1x+y_1y=r^2$， $x_2x+y_2y=r^2$

因为 $P(x_0,y_0)$ 在这两条切线上，所以

$x_1x_0+y_1y_0=r^2$， $x_2x_0+y_2y_0=r^2$

于是可知 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$ 两点都在直线

l：$x_0x+y_0y=r^2$ 上

因此直线 MN 的方程是：$x_0x+y_0y=r^2$

973、(直线与圆)

从圆 C：$x^2+y^2+4x-6y+12=0$ 外一点 P(a,b)向圆引切线 PT,T 为切点,且|PT|=|PO|，求|PT|的最小值及此时 P 的坐标

解：$x^2+y^2+4x-6y+12=0$ 就是 $(x+2)^2+(y-3)^2=1$

设$|PT|^2$＝$(a+2)^2+(b-3)^2-1$， $|PO|^2$＝a^2+b^2

于是 $(a+2)^2+(b-3)^2-1=a^2+b^2$， 即 $2a-3b+6=0$

|PT|＝|PO|＝$\sqrt{a^2+b^2}$，表示直线 $2a-3b+6=0$ 上的点 (a,b) 到原点的距离

于是|PT|最小＝|PO||最小=$\frac{6}{\sqrt{13}}=\frac{6\sqrt{13}}{13}$,此时

$$\begin{cases}2a-3b+6=0\\\frac{b}{a}=-\frac{3}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-\frac{12}{13}\\b=\frac{18}{13}\end{cases}$$

1165、(直线与圆)

直线l_1:bx-2y+2=0 和直线l_2:2x+6y+c=0 相交于点(1,m),且直线l_1到l_2的角为$135°$,则b,m,c的值分别为:

解：由直线 L_1:bx-2y+2=0 和直线 L_2:2x+6y+c=0 相交于点(1,m)得

b-2m+2=0（1），2+6m+c=0（2）

由l_1到l_2的角为$135°$得

$\dfrac{(-3)-\frac{b}{2}}{1+(-3)\frac{b}{2}}=-1$　（3）　由（3）得$b=-1$代入（1）（2）得$m=\dfrac{1}{2}$，$c=-5$

1195、(直线与圆)

直线l_1过 A(5,0),L2 过点 B(0,1)，$l_1 // l_2$到,且l_1，l_2之间的距离为 5,求l_1与l_2的方程.

解：当两直线与 x 轴垂直时，l_1：x=5　l_2：x=0　满足条件

当两直线与 y 轴不垂直时

设l_1：$y=k(x-5)$，l_2：$y=kx+1$即

l_1：$kx-y-5k=0$，l_2：$kx-y+1=0$

于是 $\dfrac{|5k+1|}{\sqrt{k^2+1}}=5$，$k=\dfrac{12}{5}$,综上$l_1$与$l_2$的方程是 x=5，x=0

或$y=\dfrac{12}{5}(x-5)$，$y=\dfrac{12}{5}x+1$

1362

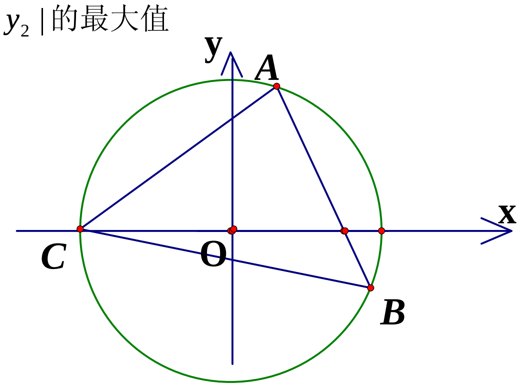
http://chat.pep.com.cn/lb5000/topic.cgi?forum=38&topic=24003&show=0

如图所示，过 M(3,0)作圆$x^2+y^2=16$的弦 AB，C(-4,0)是圆上一点，求三角形 ABC 面积的最大值及此时弦 AB 所在的直线方程

解：设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，于是ΔABC面积=$\dfrac{1}{2}|CM||y_1-y_2|$

要求 ABC 面积的最大值，只要求$|y_1-y_2|$的最大值

设弦 AB 所在的直线方程为$x=ty+3$



代入$x^2+y^2=16$得$(t^2+1)y^2+6ty-7=0$

$|y_1-y_2|=\dfrac{\sqrt{\Delta}}{t^2+1}=\dfrac{\sqrt{64t^2+28}}{t^2+1}=\dfrac{2\sqrt{16t^2+7}}{t^2+1}$

设$\sqrt{16t^2+7}=u$，则$t^2=\dfrac{u^2-7}{16}$，于是

$|y_1-y_2|=\dfrac{32u}{u^2+9}=\dfrac{32}{u+\frac{9}{u}}\le\dfrac{32}{2\sqrt{9}}=\dfrac{16}{3}$

当且仅当$u=3$时上式取等号，于是ΔABC面积的最大值是$\dfrac{1}{2}\times7\times\dfrac{16}{3}=\dfrac{56}{3}$

1364
http://chat.pep.com.cn/lb5000/topic.cgi?forum=38&topic=24003&show=0

圆与直线 $2x-2\sqrt{2}y-1=0$ 相切于 P($\frac{5}{2}$，$\sqrt{2}$)，且过定点 Q($\frac{7}{2}$，$2\sqrt{2}$)，则该圆方程为____

解：设过 P($\frac{5}{2}$，$\sqrt{2}$)点直线 $2x-2\sqrt{2}y-1=0$ 的垂线是方程为

l_1：$2\sqrt{2}x+2y+c=0$,于是 $5\sqrt{2}+2\sqrt{2}+c=0$，$c=-7\sqrt{2}$

故 l_1：$2\sqrt{2}x+2y-7\sqrt{2}=0$,即 $2x+\sqrt{2}y=7$（1）

线段 P Q 的中点 P(3，$\frac{3\sqrt{2}}{2}$)，斜率 $k=\sqrt{2}$

于是线段 P Q 的中垂线为 $y-\frac{3\sqrt{2}}{2}=-\frac{1}{\sqrt{2}}(x-3)$，即 $x+\sqrt{2}y=6$（2）

联立（1）（2）解得 $x=1$，$y=\frac{5\sqrt{2}}{2}$，即圆心为 $O'(1,\frac{5\sqrt{2}}{2})$

半径 $r=|O'Q|=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

于是所求的圆方程为 $(x-1)^2+(y-\frac{5\sqrt{2}}{2})^2=\frac{27}{4}$