

## 第一节 集合

### 一、集合的概念

你母亲超市买了一篮子的苹果回来，装在篮子里的苹果形成了一个集合。

高一(7)班的同学 58 个同学集中在一起也形成了一个集合。

把小于 5 的正整数集中在一起也形成了一个集合。

把我们关注的对象装在篮子里，集中在班上，集中在一起等等就形成了一个集合。可见

1、集合有两个要素：①关注的对象②集中在一起。

2、列举法

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, -2, 0, 5\}$$

$$1 \in A, 3 \in A, 4 \in A, 4 \notin A$$

注：无序性、互异性

3、集合相等：果两个集合 A 与 B 的元素完全相同我们说这两个集合相等记作  $A=B$ 。

4、空集：没有元素的集合叫做空集记作  $\phi$

5、常用的集合：自然数集 N，正整数集  $N^+$ ，整数集 Z，有理数集 Q，实数集 R

6、描述法

$$A = \{x \mid x \text{ 是小于 5 的正整数}\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{x \mid x^2 - 1 = 0\} = \{1, -1\}$$

$$C = \{x \mid 3x - 12 > 0\} = \{x \mid x > 4\}$$

$$D = \{x \in N \mid x < 3\} = \{0, 1, 2\}$$

$$F = \{x \in R \mid x^2 + 1 = 0\} = \phi$$

$$G = \{x \mid y = \sqrt{x-3}\} = \{x \mid x \geq 3\}$$

$$H = \{y \mid y = \sqrt{x-3}\} = \{y \mid y \geq 0\}$$

$$I = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x-3}\}$$

$J = \{x \mid x \text{ 很大的数}\}$  的元素不确定

注：描述法表示时元素要有确定性

例 1、设  $A = \{-4, 2a-1, a^2\}$ , 且  $3 \in A$ , 求 a

例 2、 $A = \{x, y\}, B = \{0, x^2\}$ , 若  $A=B$ , 求 x, y 的值

### 二、子集

设集合  $A = \{1, 2, 3\}$ , 则集合  $\{1\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$ , 叫做集合 A 的子集

1、子集定义：集合 A 中的元素都是集合 B 的元素，记  $A \subseteq B$ , 规定空集  $\phi \subseteq A$ 。

例 1、写出集合  $A = \{a, b\}$  的所有子集

练习写出集合  $A = \{a, b, c\}$  的所有子集

2、真子集：若  $B \subseteq A, B \neq A$ , 则 B 叫做 A 的真子集，记  $B \subsetneq A$  作

3、性质：1°  $A \subseteq A$  2° 若  $A \subseteq B, B \subseteq C$  则  $A \subseteq C$

3° 若  $B \subseteq A, A \subseteq B$ , 则  $A = B$

例 2、设  $A = \{x \mid x \geq 1\}, B = \{x \mid x \geq a\}$ ,

(1) 若  $B \subseteq A$ , 则 a 的范围是\_\_\_\_\_

(2) 若  $B \supseteq A$ , 则 a 的范围是\_\_\_\_\_

例 3、 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}, B = \{x \mid 2x - m = 0\}$ , 且  $B \subseteq A$  求 m 的值

例 4、 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}, B = \{x \mid mx - 2 = 0\}$ , 且  $B \subseteq A$  求 m 的值

例 5、设  $A = \{x \mid x^2 - 5x + m = 0\}, \{2\} \subseteq A$ , 则  $m = \underline{\hspace{2cm}}$

例 6、设  $A = \{x \mid 3x^2 + mx - n = 0\}, B = \{1, 3\}$ , 且  $A=B$  则  $m = \underline{\hspace{2cm}} n = \underline{\hspace{2cm}}$

### 三、交集与并集合

1、交集： $A \cap B = \{x \mid x \in A, \text{且} x \in B\}$

2、并集： $A \cup B = \{x \mid x \in A, \text{或} x \in B\}$

例 1、设  $A=\{1, 3, 5, 7\}$ ,  $B=\{1, 2, 5, 8\}$ , 则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$

例 2、函数  $y = \sqrt{1-x}$  中  $x$  的值组成集合  $A$ ,  $B = \{x | -3 < x < 3\}$ ,

则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$

例 3、已知集合  $A = \{x | x \text{ 是直角三角形}\}$ ,  $B = \{x | x \text{ 是等腰三角形}\}$ , 则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$

例 4、设函数  $y = x^2 - 4$  的值组成集合  $A$ ,  $B = \{-5, -4, -3\}$ , 则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$

例 5、一次函数  $y = x + 3$  与  $y = -2x + 6$  的图象的交点组成的集合

例 6、已知  $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x | ax - 2 = 0\}$ , 且  $A \cup B = A$ , 求  $a$  的值组成的集合

例 7、非空集合  $A = \{x | x^2 + px + q = 0\}$ ,  $B = \{1, 2\}$ ,  $A \cup B = B$ , 求实数  $p$  与  $q$  的值

#### 四、全集与补集

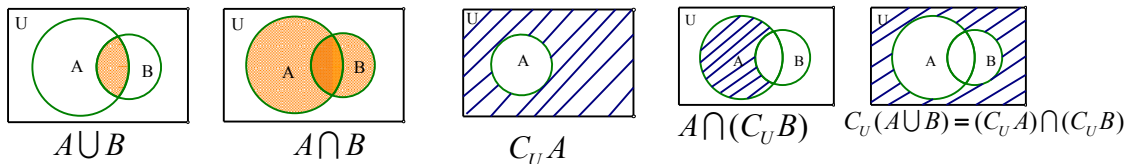
1、全集:  $U$  表示。 2、补集:  $C_U A = \{x | x \in U, \text{且} x \notin A\}$

例 1、设全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $M = \{1, 2\}$ ,  $C_U M = \underline{\hspace{2cm}}$

例 2、设  $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $C_U A = \{2, 3, 6\}$ ,  $C_U B = \{1, 4, 6\}$ , 则  $B = \underline{\hspace{2cm}}$

例 3、已知全集  $U = \{x | 1 < x < 7\}$ ,  $A = \{x | 2 \leq x < 5\}$ ,  $B = \{3 \leq x < 7\}$ , 求  $C_U A$  及  $C_U B$

3、集合运算的文图



$$\text{card}(A \cup B) = \text{card}A + \text{card}B - \text{card}(A \cap B)$$

例 4、有某小单位每个职工会打篮球或会踢足球, 有 20 人会打篮球, 15 人会踢足球, 其中即会打篮球又会踢足球的有 5 人, 则此单位有        人

补充

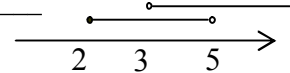
4、区间:  $\{x | 2 \leq x \leq 5\} = [2, 5]$ ,  $\{x | 2 < x \leq 5\} = (2, 5]$ ,  $\{x | x \geq 5\} = [5, +\infty)$ ,  $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

例、用区间表示下列集合

(1)  $\{x | x < 5\} = \underline{\hspace{2cm}}$  (2)  $\{x | y = \sqrt{1-x}\} = \underline{\hspace{2cm}}$  (3)  $\{y | y = x^2 - 4\} = \underline{\hspace{2cm}}$

4、集合  $A = \{x | 2 \leq x < 5\}$ ,  $B = \{x | x > 3\}$ , 则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$

5、已知集合  $A = \{x | -3 \leq x \leq 4\}$ ,  $B = \{x | 2m - 1 < x < m + 1\}$ , 且  $B \subseteq A$ 。



求实数  $m$  的取值范围

6、 $A = \{-4, 2a - 1, a^2\}$ ,  $B = \{a - 5, 1 - a, 9\}$  且  $A \cap B = \{9\}$ , 则  $a$  的值为       。

7、设全集  $U = \mathbb{R}$ ,  $A = [-2, 5]$ ,  $B = \{x | a + 1 \leq x \leq 2a - 1\}$ , 且  $A \subseteq C_U B$ , 求  $a$  的范围