

## 如何教会你的孩子解应用题

廖 凡

### 一、三种关系

#### 1、整体量=各部分量的和

这是数学中最基本的关系，这一关系从小学数学到大学数学都是最重要的，小学老师们如果能从小学一年级开始就培养学生这一意识，那么他们将来的数学一定不会差。

“整体量=各部分量的和”的变式是“部分量=整体量减去其他部分量”

#### 2、整体量=一份量×份数

“整体量=一份量×份数”是“整体量=各部分量的和”当各部分都相等时的特例，这是归一问题的本质关系，在学习了乘法运算后就要有意培养学生的这种意识。有两种变形，“一份量=整体量÷份数”，“份数=整体量÷一份量”。

3、“部分量=整体量×分率”有两种变形，“整体量=部分量÷分率”，“分率=部分量÷整体量”。

正是因为许多学生就是没有真正体会到这一关系，没有对这一关系变成自己意识中的一部分，才使他们怕做应用题，才使他们对数学失去了兴趣的。虽然到了高年级大多数学生能够解相应的问题，但是能从本质上理解的学生不多，因此必然要影响到初中高中剩至大学的学习，数学老师们千万要加强这个意识的培养！

### 二、吃糖吃瓜子

从具体的、形象的、身边的东西为对象进行数学教学在哪个年级都是实用的，只要你对你所教的数学知识有一个整体的把握怎么教都行，比如上面我提到的小学数学的三种关系就是小学数数的灵魂一定要把握好。

例 1、左手抓 3 粒糖，右手抓 6 粒糖，两手共抓几粒糖？

例 2、两手共抓几 13 粒糖，知道了左手抓 5 粒糖，问右手抓几粒糖？

例 3、平均 1 分钟吃 4 粒瓜子，则 5 分钟吃几粒？

例 4、3 分钟吃 15 粒瓜子，平均 1 分钟吃几粒瓜子？

例 5、3 分钟吃 15 粒瓜子，问 5 分钟能吃几粒瓜子？

例 6、小明 3 分钟吃 15 粒瓜子，有一堆瓜子，小明吃 5 分钟后还剩下 20 粒。问这堆瓜子原来有几粒？

例 7、小明 3 分钟吃 15 粒瓜子，小红 5 分钟能吃 20 粒瓜子，一堆瓜子，小明与小同时吃了 4 分钟恰好吃完，问这堆瓜子原来有几粒？

例 8、小明 3 分钟吃 15 粒瓜子，小红 5 分钟吃 20 粒瓜子，一堆瓜子，小明与小同时吃了 4 分钟后，剩下的部分小明还吃了 2 分钟，问这堆瓜子原来有几粒？

例 9、一堆瓜子共 60 粒，小明先吃掉其中的  $\frac{1}{3}$ ，接着小红吃掉剩下的  $\frac{1}{5}$ ，最后还剩几粒？

例 10、一堆瓜子共 180 粒，小明 6 分钟先吃掉其中的  $\frac{1}{3}$ ，接着小红 12 分钟吃掉剩下的  $\frac{1}{2}$ ，最后还剩下瓜子的由两人同时吃还要几分钟能吃完？

例 11、一堆瓜子，小明 5 分钟先吃掉其中的  $\frac{1}{3}$ ，接着小红 4 分钟吃掉剩下的  $\frac{1}{5}$ ，最后还剩下 32 粒瓜子，问(1) 这堆瓜子原来有几粒？(2) 小明与小红共同吃 3 分钟能吃几粒瓜子？

用这些学生最常见并且常吃的东西出应用题学生是容易理解的。学会了吃糖吃瓜子就可以学会算术了，哪个年级都可以用吃糖吃瓜子出题。

### 三、鸡兔同笼

古老“鸡兔同笼”问题是小数数学中及好的问题从低年级到高年级可以如下出题：  
学会了吃糖吃瓜子就可以学会算术了，哪个年级都可以用吃糖吃瓜子出题，古老“鸡兔同笼”问题是小数数学中及好的问题从低年级到高年级可以如下出题：

例 1、一个笼子里有鸡 4 头，兔 5 头，鸡与兔共有与几条腿？（小学一年级）

例 2、鸡和兔在一个笼子内，笼内有兔 4 头，鸡与兔共有 20 条腿，问鸡有几头？（小学一年级）

例 3、鸡和兔在一个笼子内，鸡和兔共有 10 头，其中鸡腿 12 条，求鸡和兔分别有几头？（小学二年级）

例 4、鸡和兔在一个笼子内，鸡和兔共有头 3 个，腿 10 条，求鸡和兔分别有几头？（小学二年级，可用罗列的方法，直到找出正确的答案）

例 4、鸡和兔在一个笼子内，鸡和兔子共有头 10 个，腿 26 条，求鸡和兔分别有几头？（小学三年级）

解 1、先用可罗列的方法，直到找出正确的答案。

解 2、设笼子内是 10 头鸡，则只有 20 条腿，于是要把一些鸡换成兔子，变成 9 头鸡，1 头兔，则有 22 条腿，变成 8 头鸡，2 头兔，则有 24 条腿，变成 7 头鸡，3 头兔，则有 26 条腿，就找出正确的答案了。

解 3、在解 2 的基础上进行概括，一头鸡换一头兔多出 2 条腿，我们知道 26 条腿比 20 条腿多 6 条腿，因此要把  $6 \div 2 = 3$  头鸡换成 3 头兔子。本题也可先假设笼子内是 10 只兔子。

解 4、让每头鸡去掉 1 条腿，每头兔去掉 2 条腿，则 26 条腿就只剩下了  $26 \div 2 = 13$  条腿了，再让这 10 头鸡兔每头都去掉 1 条腿，只剩下了  $13 - 10 = 3$  条腿了，这恰好是 3 头兔子的腿，因此有 3 头兔子，7 头鸡

解 5、请所有的兔子站起来，让所有的鸡都飞走，留下  $26 - 10 \times 2 = 6$  条腿

留下 6 条腿是兔子的，得到 3 只兔子，7 只鸡。

练习、鸡和兔在一个笼子内，鸡和兔共有头 100 个，腿 280 只，求鸡和兔分别有几头？

在小学好好学过鸡兔同笼的学生将来数学一定不差

上了初中可用方程解鸡兔同笼问题。

### 四、典型应用题

#### 1、还原问题

例 1、某数加 26，其和乘以 12，所得积除以 22，所得商减去 17，最后得 25，求原数  
 $(25+17) \times 22 \div 12 - 26 = 51$

例 2、一堆糖果，第一次吃掉余下的十分之三少 4 粒，第二次吃了余下五分之一多 16 粒，最后余下 180 粒，问原有几粒糖？

解： $[(180+16) \div (1 - \frac{1}{50}) - 4] \div (1 - \frac{3}{10}) = 280$

#### 2、和一定

例 1、甲的塘数 50 粒，乙的塘数 30 粒，

(1) 甲分几粒给乙时，两人糖数相等？

(2) 乙分几粒给甲时，甲的塘数是乙的 15 倍？

解：(1) 总和为 80，平分之 40， $50 - 40 = 10$

(2) 总和为 80，分为 16 份，一份是 5， $30 - 5 = 25$

例 2、甲的塘数是乙的 5 倍，甲分 20 粒给乙，则甲是乙的 3 倍，求甲乙各几粒糖？

解：设总和为整体 1，于是甲为  $\frac{5}{6}$ ，乙为  $\frac{1}{6}$

后乙为  $\frac{1}{4}$ ，于是  $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$  为 20 粒，故有总和为  $20 \div \frac{1}{12} = 240$

甲为  $240 \times \frac{5}{6} = 200$ ，乙为  $240 \times \frac{1}{6} = 40$

例 3、有相邻的两个整数，其和为 49，这两个数分别为多少

大 =  $(49 + 1) \div 2 = 25$ ，小 =  $(49 - 1) \div 2 = 24$

例 4、将 60 粒糖分两堆，若第一堆减少 10 粒，第二堆增加 8 粒，则两堆糖数相等，问这两堆分别有多少糖？

### 3、差一定

例 1、父 50 岁，子 18 岁，几年前父的年龄是子的 3 倍？

解：父是子的 3 倍，于是差数 32 为子的 2 倍，当时子 16 岁，故 2 年前

例 2、父子两人年龄之差为 28，7 年后子年为父的  $\frac{3}{5}$ ，求父子现在的年龄

解：差为 28 为  $\frac{2}{5}$ ，于是  $28 \div \frac{2}{5} = 70$ ，现在父 63 岁，子 35 岁

### 4、过与不足

例 1、有糖果若干，分给小朋友，若每人分 12 粒，余 55 粒，若每人分 17 粒，则不足 10 粒，问小朋有几人？

解：先每人分 12 粒，再把余下 55 粒分下去，每人分 5 粒，这样不足 10 粒，补上则够分，

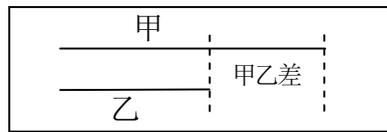
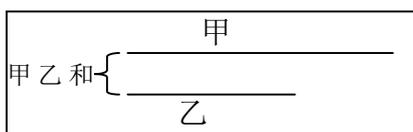
于是小朋有  $(55 + 10) \div 5 = 13$  人

例 2、若干人聚餐，若每人出 50 元，则不足 380 元，若每人出 70 元，则余 120 元，问有几人，需要多少钱？

解：先每人出 50 元，不足 380 元，再每人出 20 元，余出 120 元，补上共有

$380 + 120 = 500$  元，于是小朋有  $(380 + 120) \div 20 = 25$  人

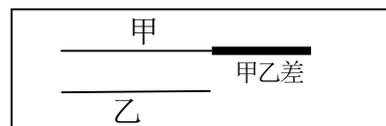
5、和差问题：大小两数和与差的和为大数的两倍，大小两数和与差的差为小数的两倍



$$\text{甲乙和} + \text{甲乙差} = 2 \text{ 甲}$$



$$\text{甲乙和} - \text{甲乙差} = 2 \text{ 乙}$$



例 2、有一船上行每小时 9 千米，下行每小时 23 千米，问船速与水速各多少？

$$\text{船速} = (23 + 9) \div 2 = 16, \text{水速} = (23 - 9) \div 2 = 7$$

例 3、有甲乙两船，甲用 14 小时上行全程，用 6 小时下行全程。

乙用 21 小时上行全程，问乙船速下行全程要多少小时？

解：设全程为 1，则

$$\text{水速} = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{14}\right) \div 2 = \frac{1}{21}, \text{乙下行速} = \frac{1}{21} + \frac{1}{21} + \frac{1}{21} = \frac{1}{7}, \text{乙下行时间} = 1 \div \frac{1}{7} = 7$$

例 4、有一船上行 7 千米用 7 小时，下行回来船速减少  $\frac{1}{6}$ ，用 2 小时 37 分半，问船速与水速各多少？

$$\text{解：上速} = 1 \text{ 千米/小时}, 2 \text{ 小时 } 37 \text{ 分半} = 2 + \frac{37 + \frac{1}{2}}{60} = 2\frac{5}{8} \text{ 小时}$$

$$\text{下速} = 7 \div 2\frac{5}{8} = \frac{8}{3} \text{ 千米/小时}, \text{船速和} = 1 + \frac{8}{3} = \frac{11}{3} \text{ 千米/小时}$$

$$\text{下行回来船速减少 } \frac{1}{6} \text{ 故 } \frac{11}{3} \text{ 千米/小时为原船速的 } 1 + \frac{5}{6} = \frac{11}{6} \text{ 倍,}$$

$$\text{于是原船速} = \frac{11}{3} \div \frac{11}{6} = 2 \text{ 千米/小时}, \text{水速} = 1 \text{ 千米/小时}$$

6、羊吃草问题：

例、有一草地，假设每天都生长一样多的草，每只羊每天吃一样多的草。这片草地可供 10 只羊吃 90 天，或者可以供 20 只羊吃 30 天。那么 35 只羊可以吃多少天？

解：设一只羊 1 天 1 份草

则 10 只羊吃 90 天吃 900 份草

20 只羊吃 30 天吃 600 份草

900 份草减去 600 份草 = 300 份草，就是 60 天草地自然长出的草，

由此可知，1 天草地长出 5 份草，30 天长草 150 份，原来草地有 450 份草。1 天草地长出 5 份草，恰好够 5 头吃。而原来草地有 450 份草够 30 头羊吃 15 天。

答：35 只羊可以吃 15 天。

五、容斥问题：

例 1、在若干名歌舞演员中，有 7 人会唱歌，有 6 人会跳舞，有 3 人既会唱歌又跳舞，歌舞演员共有多少名

解答：7+6=13，但是 3 个既会唱歌又跳舞，被算了两次，因此歌舞演员有 13-3=10（人）

例 2、求不超过 30 的正整数中是 2 的倍数或 3 的倍数的数共有多少个。

解：求不超过 30 的正整数中

2 的倍数有 2、4、6、...、30 共 15 个

3 的倍数有 3、6、9、...、30 共 10 个

既是 2 的倍数又 3 的倍数的（即 6 的倍数）有 6、12、...、30 共 5 个

因此答案是 15+10-5=20（个）

小结：

(1) 一个群体由两部分组成，第一部分有 a 个元素，第二部分有 b 个元素，第一部分

与第二部分的公共部分有  $c$  个元素，那么这群体共有

有  $a+b-c$  个元素

(2)，第一部分有  $a$  个元素，第二部分有  $b$  个元素，第三部分有  $c$  个元素，第一部分与第二部分的公共部分有  $d$  个元素，第一部分与第三部分的公共部分有  $e$  个元素，第二部分与第三部分的公共部分有  $f$  个元素，三部分的公共部分有  $g$  个元素，那么这群体共有  $a+b+c-d-e-f+g$  个元素

上面的结论叫做容斥原理，有兴趣的老师与家长可以思考一个群体由 4 部分组成、5 部分组成、……、 $n$  部分组成的容斥原理

练习

1、某班统计考试成绩，数学得 90 分上的有 25 人；语文得 90 分以上的有 21 人；两科中至少有一科在 90 以上的有 38 人。问两科都在 90 分以上的有多少人？

2、某校组织棋类比赛，分成围棋、中国象棋和国际象棋三个组进行。参加围棋比赛的共有 42 人，参加中国象棋比赛的共有 51 人，参加国际象棋比赛的共有 30 人。同时参加了围棋和中国象棋比赛的共有 13 人，同时参加了围棋和国际象棋比赛的 7 人，同时参加了中国象棋和国际象棋比赛的 11 人，其中三种棋赛都参加的 3 人。问参加棋类比赛的共有多少人？

3、求 1 到 200 的自然数中不能被 2、3、5 中任何一个数整除的数有多少？

六、数数问题

例 1、(数花生) 有一堆花生，3 个 3 个数剩 1 个，5 个 5 个数剩 2 个，7 个 7 个数剩 2 个，问这一堆花生有几个？

解：第 1 步：从 2 个开始， $2+7=9$ ，7 个 7 个数剩 2 个，3 个 3 个数剩 0 个，

第 2 步： $9+7=16$ ，7 个 7 个数剩 2 个，3 个 3 个数剩 1 个。

第 3 步： $16+3\times 7=37$ ，7 个 7 个数剩 2 个，3 个 3 个数剩 1 个，5 个 5 个数剩 2 个

因此所求的数是 37

当然  $37+3\times 5\times 7=37+105=142$  也行

$142+105=247$ ……都行

37 符合要求的最小的自然数

(注意，如果 37，用 5 个 5 个数不是剩 2 个，就把 37 再上 21，直到符合条件为止)

练习：(韩信点兵) 有一队士兵，3 个 1 列剩 1 个，5 个 1 列剩 1 个，7 个 1 列剩 2 个，问这一队士兵有几个人？

例 2、(数花生) 有一堆花生，3 个 3 个数剩 1 个，5 个 5 个数剩 1 个，7 个 7 个数剩 1 个，问这一堆花生有几个？

例 3、(数花生) 有一堆花生，3 个 3 个数剩 2 个，5 个 5 个数剩 4 个，7 个 7 个数剩 6 个，问这一堆花生有几个？

例 4、(数花生) 有一堆花生，6 个 6 个数剩 3 个，5 个 5 个数剩 4 个，7 个 7 个数剩 2 个，问这一堆花生有几个？