数列练习一（廖老师出题）

1、数列1，$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{4}{7}$，$\frac{5}{9}$…的一个通项公式是　(　　)

A．$a_n=\frac{n}{2n+1}$　　B．$a_n=\frac{n}{2n-1}$

C．$a_n=\frac{n}{2n-3}$　　D．$a_n=\frac{n}{2n+3}$

2．已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{n}{n+1}$，则这个数列是(　　)

A．递增数列　　B．递减数列

C．常数列　　D．摆动数列

3、下列公式可作为数列$\{a_n\}$：1,2,1,2,1,2，…的通项公式的是(　　)

A．$a_n=1$　　B．$a_n=\frac{(-1)^n+1}{2}$

C．$a_n=2-\left|\sin\frac{n\pi}{2}\right|$　　D．$a_n=\frac{(-1)^{n-1}+3}{2}$

4、等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=3, a_6=11$，则S_7等于　(　)

A．13　　B．35　　C．49　　D．63

5、设数列$\{a_n\}$满足：$2a_n=a_{n+1}(a_n\neq 0)(n\in\mathbf{N}^*)$，且前$n$项和为$S_n$，则$\frac{S_4}{a_2}$的值为(　　)

A.$\frac{15}{2}$　　B.$\frac{15}{4}$　　C．4　　D．2

6、等差数列$\{a_n\}$中，$a_4+a_5=15$，$S_7-S_6=15$则a_2等于　(　　)

A．-3　　B．1　　C．0　　D．2

7、等比数列$\{a_n\}$中，$a_4=4$，则$a_2\cdot a_6$等于(　　)

A．4　　B．8　　C．16　　D．32

8．已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_2=3$，$a_2+a_3=6$，则$a_7=$(　　)

A．64　　B．81　　C．128　　D．243

9、等差数列$\{a_n\}$中，$S_{15}=90$, a_8等于　(　)

A．3　　B．4　　C．6　　D．12

10、设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_6∶S_3=1∶2$，则$S_9∶S_3$等于(　　)

A．1∶2　　B．2∶3　　C．3∶4　　D．1∶3

11、设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$\frac{S_4}{12}-\frac{S_3}{9}=1$，则公差为________.

12、在等比数列$\{a_n\}$中，若$a_1=\frac{1}{2}$，$a_4=4$，则$a_1+a_2+\cdots+a_n=$________.

13、各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中$a_1, \frac{1}{2}a_3, 2a_2$成等差数列，则$\frac{a_9+a_{10}}{a_7+a_8}=$____

14．正数数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$2\sqrt{S_n}=a_n+1$．则$a_1=$______

15、已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n， $a_1=3$，点$P(S_n, a_{n+1})$在直线$y=3x+1$上．则$a_2+a_3=$______

16、正项数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，$a_1=1$，$f(x)=\frac{1}{2}x$,若$a_{n+1}=f(a_n)$,则$S_n=$______

17、在等差数列$\{a_n\}$中，$a_{16}+a_{17}+a_{18}=-36, S_4=-222$，其前 n 项和为 S_n，
(1)求a_n (2) 求S_n

18、设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知a_2＝6,$6a_1$＋a_3＝30，求a_n和S_n.

19、已知等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数，且$2a_1+3a_2=1, a_3{}^2=9a_2a_6$.

（I）求数列$\{a_n\}$的通项公式.

（II）若$b_n=\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_n$，求$\{b_n\}$的通项公式

20．已知等差数列$\{a_n\}$的首项a_1＝1，公差d>0，且第2项、第5项、第14项分别是等比数列$\{b_n\}$的第2项、第3项、第4项．求数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的通项公式;

21．已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且满足：$a_2+a_4=14$，$S_7=70$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设 $b_n=\dfrac{2S_n+48}{n}$，数列$\{b_n\}$的最小项是第几项，并求出该项的值.

22、已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=n-5a_n-85$，$n\in N^*$

求证：(1) $a_2=\dfrac{5}{6}a_1+\dfrac{1}{6}$　(2) $a_{10}=\dfrac{5}{6}a_9+\dfrac{1}{6}$

数列练习一（廖老师出题）

1、数列1，$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{4}{7}$，$\frac{5}{9}$…的一个通项公式是 （ B ）

A．$a_n=\frac{n}{2n+1}$　　B．$a_n=\frac{n}{2n-1}$　　C．$a_n=\frac{n}{2n-3}$　　D．$a_n=\frac{n}{2n+3}$

2．已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{n}{n+1}$，则这个数列是(　A　)

A．递增数列　　B．递减数列　C．常数列　　D．摆动数列

解：选A　$a_{n+1}-a_n=\frac{n+1}{n+2}-\frac{n}{n+1}=\frac{(n+1)^2-n(n+2)}{(n+1)(n+2)}=\frac{1}{(n+1)(n+2)}>0$.

3、下列公式可作为数列$\{a_n\}$：1,2,1,2,1,2，…的通项公式的是(　　)

A．$a_n=1$　　B．$a_n=\frac{(-1)^n+1}{2}$　C．$a_n=2-\left|\sin\frac{n\pi}{2}\right|$　D．$a_n=\frac{(-1)^{n-1}+3}{2}$

解：由$a_n=2-\left|\sin\frac{n\pi}{2}\right|$可得$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=1$，$a_4=2$，….[答案]　C

4、等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=3, a_6=11$，则S_7等于　　（C　）

A．13　　B．35　　C．49　　D．63

5、设数列$\{a_n\}$满足：$2a_n=a_{n+1}(a_n\neq 0)(n\in\mathbf{N}^*)$，且前$n$项和为$S_n$，则$\frac{S_4}{a_2}$的值为(　A　)

A.$\frac{15}{2}$　　B.$\frac{15}{4}$　　C．4　　D．2

解：选A　由题意知，数列$\{a_n\}$是以2为公比的等比数列，故$\frac{S_4}{a_2}=\frac{\frac{a_1(1-2^4)}{1-2}}{a_1\times 2}=\frac{15}{2}$.

6、等差数列$\{a_n\}$中，$a_4+a_5=15$，$S_7-S_6=15$则a_2等于　　（C　）

A．-3　　B．1　　C．0　　D．2

7、等比数列$\{a_n\}$中，$a_4=4$，则$a_2\cdot a_6$等于(C　　)

A．4　　B．8　　C．16　　D．32

解：选C　$a_2\cdot a_6=a_4^2=16$.

8．已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_2=3$，$a_2+a_3=6$，则$a_7=$(　　)

A．64　　B．81　　C．128　　D．243

解：选A　$q=\frac{a_2+a_3}{a_1+a_2}=2$，故$a_1+a_1q=3\Rightarrow a_1=1$，$a_7=1\times 2^{7-1}=64$.

9、等差数列$\{a_n\}$中，$S_{15}=90$, a_8等于　　（C）

A．3　　B．4　　C．6　　D．12

10、设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_6∶S_3=1∶2$，则$S_9∶S_3$等于(　C　)

A．1∶2　　B．2∶3　　C．3∶4　　D．1∶3

解：由等比数列的性质：S_3，S_6-S_3，S_9-S_6仍成等比数列，于是$(S_6-S_3)^2=S_3\cdot(S_9-S_6)$，

将 $S_6=\frac{1}{2}S_3$ 代入得 $\frac{S_9}{S_3}=\frac{3}{4}$.

11、设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若$\frac{S_4}{12}-\frac{S_3}{9}=1$，则公差为________.

依题意得 $S_4=4a_1+\frac{4\times3}{2}d=4a_1+6d$，$S_3=3a_1+\frac{3\times2}{2}d=3a_1+3d$，于是有$\frac{4a_1+6d}{12}-\frac{3a_1+3d}{9}=1$，由此解得 $d=6$，即公差为 6.

12、在等比数列$\{a_n\}$中，若 $a_1=\frac{1}{2}$，$a_4=4$，则 $a_1+a_2+\cdots+a_n=$________.

解析：$a_4=a_1q^3$，得 $4=\frac{1}{2}q^3$，解得 $q=2$，$a_1+a_2+\cdots+a_n=\frac{\frac{1}{2}(1-2^n)}{1-2}=2^{n-1}-\frac{1}{2}$.

答案：$2^{n-1}-\frac{1}{2}$

13、各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中$a_1,\frac{1}{2}a_3,2a_2$成等差数列，则$\frac{a_9+a_{10}}{a_7+a_8}=$_____

解：$a_3=a_1+2a_2,q^2=1+2q,q^2-2q-1=0,q=\frac{2\pm\sqrt{8}}{2}=1\pm\sqrt{2}$

,

14．正数数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $2\sqrt{S_n}=a_n+1$．则 $a_1=$_______1

15、已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n， $a_1=3$，点$P(S_n,a_{n+1})$在直线$y=3x+1$上.

则$a_2+a_3=$______49

16、正项数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=1$，$f(x)=\frac{1}{2}x$,若$a_{n+1}=f(a_n)$,则$S_n=$_2-$\frac{1}{2^{n-1}}$_

17、在等差数列$\{a_n\}$中，$a_{16}+a_{17}+a_{18}=-36,S_4=-222$，其前 n 项和为 S_n，

(1)求a_n (2) 求S_n

解：设公差 d，则 $3a_{17}=-36$, $3(a_1+16d)=-36$, $a_1+16d=-12$

$4a_1+6d=-222,2a_1+3d=-111$，$d=3,a_1=-60$

$d=3,a_1=-60,a_n=-60+3(n-1)=3n-63$, $S_n=\frac{3n^2-123n}{2}$,

18、设等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，已知 $a_2=6,6a_1+a_3=30$，求 a_n 和 S_n.

解：设$\{a_n\}$的公比为 q，

由题设得$\begin{cases}a_1q=6,\\6a_1+a_1q^2=30.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a_1=3,\\q=2\end{cases}$ 或$\begin{cases}a_1=2,\\q=3.\end{cases}$

当 $a_1=3$，$q=2$ 时，$a_n=3\times2^{n-1}$，$S_n=3\times(2^n-1)$;

当 $a_1=2$，$q=3$ 时，$a_n=2\times3^{n-1}$，$S_n=3^n-1$.

19、已知等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数，

且$2a_1+3a_2=1,a_3^{\,2}=9a_2a_6$.

（I）求数列$\{a_n\}$的通项公式.

（II）若$b_n=\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_n$，求$\{b_n\}$的通项公式

解：设$\{a_n\}$的公比为q

则$2a_1+3a_1q=1, a_1{}^2q^4=9a_1{}^2q^6, a_1=q=\frac{1}{3}, a_n=(\frac{1}{3})^n$

$$b_n=\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_n=-1-2-\cdots-n=-\frac{n(n+1)}{2}$$

20．已知等差数列$\{a_n\}$的首项a_1＝1，公差d>0，且第2项、第5项、第14项分别是等比数列$\{b_n\}$的第2项、第3项、第4项．求数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的通项公式；

解：$,b_2=a_2=1+d, b_3=a_5=1+4d, b_4=a_{14}=1+13d$

$$b_3{}^2=b_2b_4, a_5{}^2=a_2a_{14}, (1+4d)^2=(1+d)(1+13d),$$
$$1+8d+16d^2=1+14d+13d^2, 3d^2=6d, d=2$$
$$a_n=1+2(n-1)=2n-1$$

设$\{b_n\}$的公比为q，$b_2=1+d=3, b_3=1+4d=9, q=3, b_1=1, b_n=3^{n-1}$

21．已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足：a_2＋a_4＝14，S_7＝70.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设$b_n=\frac{2S_n+48}{n}$，数列$\{b_n\}$的最小项是第几项，并求出该项的值．

解：(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，则有$\begin{cases}2a_1+4d=14,\\7a_1+21d=70,\end{cases}$

即$\begin{cases}a_1+2d=7,\\a_1+3d=10,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a_1=1,\\d=3.\end{cases}$

所以$a_n=3n-2$.

(2)因为$S_n=\frac{n}{2}[1+(3n-2)]=\frac{3n^2-n}{2}$,

所以$b_n=\frac{3n^2-n+48}{n}=3n+\frac{48}{n}-1\geqslant 2\sqrt{3n\cdot\frac{48}{n}}-1=23$,

当且仅当$3n=\frac{48}{n}$，即$n=4$时取等号，

故数列$\{b_n\}$的最小项是第4项，该项的值为23.

22、已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=n-5a_n-85$，$n\in N^*$

求证：(1) $a_2=\frac{5}{6}a_1+\frac{1}{6}$ (2) $a_{10}=\frac{5}{6}a_9+\frac{1}{6}$