三角练习(廖老师出题)

1、已知$\sin\alpha=-\dfrac{3}{5}$，α是第四象限角，则$\tan\alpha=$________

2、已知$\tan\alpha=-\dfrac{12}{13}$，$\alpha$是第四象限角，则$\sin\alpha=$________

3、已知$\tan(\dfrac{\pi}{4}+x)=-\dfrac{3}{4}$,则$\dfrac{\sin x+2\cos x}{2\sin x-\cos x}$________

4、已知$\cos(\alpha+\beta)-3\cos(\alpha-\beta)=0$，则$\tan\alpha\tan\beta=$___________

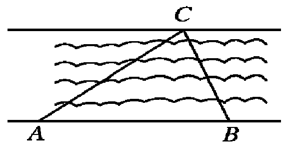
5、化简$\dfrac{1}{\sin 50°}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 40°}=$_______

6、化简$\sin 50°(1+\sqrt{3}\tan 10°)=$_______

7、已知函数$y=\sin\dfrac{\pi x}{3}$在区间$\left[0,t\right]$上至少取得2次最大值，则t的范围是_____

8、若函数$f(x)=\sqrt{3}\sin(x+\phi)-\cos(x+\phi)(0<\phi<2\pi)$为偶函数，则$\phi=$______

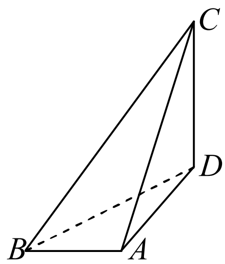
9、$y=\sin 2x$的图象是由$f(x)=\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$的图象向_ ____平移______而得.



10、y=asinx+cosx的最大值为$\sqrt{5}$，则a=_______

11、y=sin2x+acos2x 有一条对称轴方程是 x=$-\dfrac{\pi}{3}$,则 a=___________

12.如图，为了测量河的宽度，在一岸边选定两点A，B望对岸的标记物C，测得$\angle CAB$=30°，$\angle CBA$=75°，AB=120 m，则这条河的宽度为________m.



13、A，B 是海平面上两点，相距 800m,在 A 点测得山顶 C 的仰角为 45°，$\angle BAD=120°$,又在 B 点测得$\angle ABD=45°$，则山高 CD=________

14、△ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，$\cos^2\dfrac{A}{2}=\dfrac{b+c}{2c}$．则$\Delta ABC$的形状是(　　)

A、直角三角形　 B、等腰三角形或直角三角形　C、等边三角形　 D、等腰直角三角形

15、ΔABC上有三个点$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),C(x_3,y_3)$在 R 上递增的函数$f(x)$图象上, 且$x_1<x_2<x_3$，则$\angle ABC$是（　）A、锐角　 B、直角　 C、钝角　 D、无法确定

16、已知$f(\alpha)=\dfrac{\sin(\pi+\alpha)\cos(2\pi-\alpha)\tan(3\pi-\alpha)}{\sin(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)\cos(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)}$

(1)化简$f(\alpha)$ (2)若 α 为第三象限角，且$\cos(\alpha-\dfrac{3\pi}{2})=\dfrac{3}{5}$，求$f(\alpha)$的值;

17、已知 $f(x)=\sin^2 x+2\sqrt{3}\sin(x+\frac{\pi}{4})\cos(x-\frac{\pi}{4})-\cos^2 x-\sqrt{3}$

(1)求 $f(x)$ 最大值并求 x 的集合 (2)求 $f(x)$ 的递减区间

18、已知函数 $f(x)=2\cos x\sin(x+\frac{\pi}{3})-\frac{\sqrt{3}}{2}$

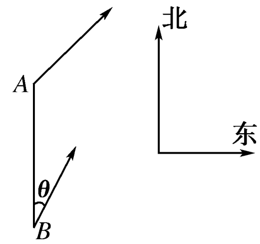
(1) 求 $f(x)$ 的值域　(2) 当 $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{6}$ 时，求 $f(x)$ 的范围

19、在△ABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c， $a=2, A=\frac{\pi}{3}$.

（Ⅰ）若△ABC面积等于$\sqrt{3}$，求b，c的值

（Ⅱ）把$b+c$表示为B的函数并求出$b+c$的范围.

20.如图所示，甲船由 A 岛出发向北偏东 45°的方向作匀速直线航行，速度为 $15\sqrt{2}$海里/小时，在甲船从 A 岛出发的同时，乙船从 A 岛正南 40 海里处的 B 岛出发，朝北偏东 $\theta\left(\tan\theta=\frac{1}{2}\right)$的方向作匀速直线航行，速度为 $10\sqrt{5}$海里/小时.



(1)求出发后 3 小时两船相距多少海里？

(2)求两船出发后多长时间距离最近？最近距离为多少海里？

三角练习(廖老师出题)

1、已知$\sin\alpha=-\dfrac{3}{5}$，α是第四象限角，则$\tan\alpha=$________

解：$\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$，$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\dfrac{3}{4}$

2、已知$\tan\alpha=-\dfrac{12}{13}$，$\alpha$是第四象限角，则$\sin\alpha=$________

解：α的终边过(13,-12), $r=\sqrt{144+169}=\sqrt{313}$，$sin\alpha=\dfrac{y}{r}=-\dfrac{12}{\sqrt{313}}=-\dfrac{12\sqrt{313}}{313}$

3、已知$\tan(\dfrac{\pi}{4}+x)=-\dfrac{3}{4}$,则$\dfrac{\sin x+2\cos x}{2\sin x-\cos x}$________

解：$\dfrac{1+\tan x}{1-\tan x}=-\dfrac{3}{4},\tan x=-7$，$\dfrac{\sin x+2\cos x}{2\sin x-\cos x}=\dfrac{\tan x+2}{2\tan x-1}=\dfrac{1}{3}$

4、已知$\cos(\alpha+\beta)-3\cos(\alpha-\beta)=0$，则$\tan\alpha\tan\beta=$__________

$\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta-3(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta)=0$

解：$-2\cos\alpha\cos\beta-4\sin\alpha\sin\beta=0$

$-2-4\tan\alpha\tan\beta,\tan\alpha\tan\beta=-\dfrac{1}{2}$

5、化简$\dfrac{1}{\sin 50^\circ}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 40^\circ}$＝_______

解：$\dfrac{1}{\sin 50^\circ}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 40^\circ}=\dfrac{1}{\cos 40^\circ}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 40^\circ}=\dfrac{\sin 40^\circ+\sqrt{3}\cos 40^\circ}{\sin 40^\circ\cos 40^\circ}=\dfrac{2\sin(40^\circ+60^\circ)}{\frac{1}{2}\sin 80^\circ}=4$

6、化简$\sin 50^\circ(1+\sqrt{3}\tan 10^\circ)$＝______

解：

$$\sin 50^\circ(1+\sqrt{3}\tan 10^\circ)=\sin 50^\circ\times\frac{\cos 10^\circ+\sqrt{3}\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ}$$

$$=\sin 50^\circ\times\frac{\cos 10^\circ+\sqrt{3}\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ}=\cos 40^\circ\times\frac{2\sin(10^\circ+30^\circ)}{\cos 10^\circ}=\frac{\sin 80^\circ}{\cos 10^\circ}=1$$

7、已知函数$y=\sin\dfrac{\pi x}{3}$在区间$\left[0,t\right]$上至少取得 2 次最大值，则t的范围是_$[\dfrac{7}{2},+\infty)$___

解：$y=\sin\dfrac{\pi x}{3}$的周期$T=\dfrac{2\pi}{\frac{\pi}{3}}=6$,作图得$t\ge 6+\dfrac{6}{4}=7.5$

8、若函数$f(x)=\sqrt{3}\sin(x+\phi)-\cos(x+\phi)(0<\phi<2\pi)$为偶函数，则

$\phi=$_$\dfrac{2\pi}{3}$或$\dfrac{5\pi}{3}$____.

解：$f(x)=2\sin(x+\phi-\dfrac{\pi}{6})$，当$x=0$时，

$y=2\sin(\phi-\frac{\pi}{6})=\pm2,\phi-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,\phi=\frac{2\pi}{3}+k\pi,k=0,k=1$

得 $\phi=$_ $\frac{2\pi}{3}$ 或 $\frac{5\pi}{3}$

9、$y=\sin 2x$ 的图象是由 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ 的图象向_右____平移__$\frac{\pi}{12}$____而得.

10、y=asinx+cosx的最大值为 $\sqrt{5}$，则a=_ ±2______

11、y=sin2x+acos2x 有一条对称轴方程是 x=$-\frac{\pi}{3}$,则 a=___ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ________

12、△ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 *a*，b，c， $\cos^2\frac{A}{2}=\frac{b+c}{2c}$. 则 ΔABC 的形状是(　　)

解：$\cos^2\frac{A}{2}=\frac{b+c}{2c},\frac{1+\cos A}{2}=\frac{b+c}{2c},\cos A=\frac{b}{c},\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{b}{c},$
$c^2=a^2+b^2$

A、直角三角形　 B、等腰三角形或直角三角形　C、等边三角形　 D、等腰直角三角形

13.如图，为了测量河的宽度，在一岸边选定两点 *A*，*B* 望对岸的标记物 *C*，测得∠*CAB*＝30°，∠*CBA*＝75°，*AB*＝120 m，则这条河的宽度为________m.

解析：　如图，在△*ABC* 中，过 *C* 作 *CD*⊥*AB* 于 *D* 点，则 *CD* 为所求宽度，在△*ABC* 中，

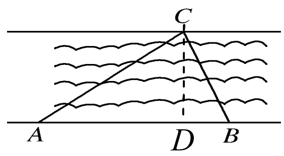
∵∠*CAB* = 30°，∠*CBA* = 75°，

∴∠*ACB* = 75°，∴*AC* = *AB* = 120 m.

在 Rt△*ACD* 中，

***CD* = *AC*sin∠*CAD* = 120sin 30° = 60(m)，**

因此这条河宽为 60 m.



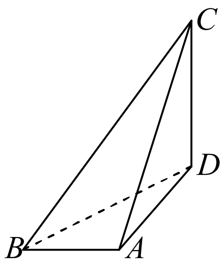
14、A，B 是海平面上两点，相距 800m,在 A 点测得山顶 C 的仰角为 45°，$\angle BAD=120°$，又在 B 点测得 $\angle ABD=45°$，则山高 CD=

解析：　在△*ABD* 中，

$\angle BDA=180°-45°-120°=15°$.

由 $\frac{AB}{\sin 15°}=\frac{AD}{\sin 45°}$，得

$AD=\frac{AB\cdot\sin 45°}{\sin 15°}=\frac{800\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}=800(\sqrt{3}+1)(\text{m})$.



∵*CD*⊥平面 *ABD*，∠*CAD* = 45°，∴$CD=AD=800(\sqrt{3}+1)(\text{m})$.

故山高 *CD* 为 $800(\sqrt{3}+1)$m.

15、ΔABC 上有三个点 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),C(x_3,y_3)$ 在 R 上递增的函数 $f(x)$ 图象上，且 $x_1<x_2<x_3$，则 $\angle ABC$ 是（　）

　　A、锐角　 B、直角　 C、钝角　 D、无法确定

因为 $x_1<x_2<x_3$

所以 $y_1<y_2<y_3$

$\overrightarrow{BA}\bullet\overrightarrow{BC}=(x_1-x_2,y_1-y_2)\bullet(x_3-x_2,y_3-y_2)=(x_1-x_2)(x_3-x_2)+(y_1-y_2)(y_3-y_2)$

$x_1-x_2<0,x_3-x_2>0,y_1-y_2<0,y_3-y_2>0$，于是 $\overrightarrow{BA}\bullet\overrightarrow{BC}<0$，选 C

于是 $\cos B<0,a^2+c^2<b^2$

16、已知 $f(\alpha)=\dfrac{\sin(\pi+\alpha)\cos(2\pi-\alpha)\tan(3\pi-\alpha)}{\sin(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)\cos(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)}$

(1)化简 $f(\alpha)$ (2)若 α 为第三象限角，且 $\cos(\alpha-\dfrac{3\pi}{2})=\dfrac{3}{5}$，求 $f(\alpha)$ 的值；

解：(1) $f(\alpha)=\dfrac{(-\sin\alpha)\cos\alpha(-\tan\alpha)}{\cos\alpha(-\sin\alpha)}=-\tan\alpha$

(2) $\cos(\alpha-\dfrac{3\pi}{2})=\cos(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha)=-\sin\alpha=\dfrac{3}{5},\sin\alpha=-\dfrac{3}{5}$

α 为第三象限角 $\cos\alpha=-\dfrac{4}{5}$, $f(\alpha)=-\tan\alpha=-\dfrac{-\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}}=-\dfrac{3}{4}$

17、已知 $f(x)=\sin^2 x+2\sqrt{3}\sin(x+\dfrac{\pi}{4})\cos(x-\dfrac{\pi}{4})-\cos^2 x-\sqrt{3}$

(1)求 $f(x)$ 最大值并求 x 的集合 (2)求 $f(x)$ 的递减区间

解:(1) $f(x)=\sin^2 x-\cos^2 x+2\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}(\sin x+\cos x)^2-\sqrt{3}$

$=-\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})$

当 $2x-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi(k\in Z)$ 时，$f(x)_{\max}=2$，此时 x 的集合是 $\{x\,|\,x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi,k\in Z\}$

(2)由 $\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x-\dfrac{\pi}{6}\le\dfrac{3\pi}{2}+2k\pi(k\in Z)$ 得 $\dfrac{\pi}{3}+k\pi\le 2x\le\dfrac{5\pi}{6}+k\pi(k\in Z)$

于是 $f(x)$ 的递减区间是 $[\dfrac{\pi}{3}+k\pi,\dfrac{5\pi}{6}+k\pi],k\in Z$

18、已知函数 $f(x)=2\cos x\sin(x+\dfrac{\pi}{3})-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(1) 求 $f(x)$ 的值域 (2) 当 $-\dfrac{\pi}{4}\le x\le\dfrac{\pi}{6}$ 时，求 $f(x)$ 的范围

解：(1)

$f(x)=2\cos x(\dfrac{1}{2}\sin x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x)-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}(2\cos^2 x-1)$

$=\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x=\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})$

$f(x)$ 的值域为[-1,1]

(2) 当 $-\dfrac{\pi}{4}\le x\le\dfrac{\pi}{6}$ 时，$-\dfrac{\pi}{6}\le 2x+\dfrac{\pi}{3}\le\dfrac{2\pi}{3}$, $-\dfrac{1}{2}\le\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})\le 1$,

$f(x)$ 的范围是 $[-\dfrac{1}{2},1]$

19、在△ABC 中，角 A， B， C 的对边分别为 a， b， c， $a=2, A=\frac{\pi}{3}$.

（Ⅰ）若△ABC 面积等于 $\sqrt{3}$，求 b， c 的值

（Ⅱ）把 $b+c$ 表示为 B 的函数并求出 $b+c$ 的范围.

解:（Ⅰ）△ABC 面积等于 $\sqrt{3}$，于是 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4}bc=\sqrt{3}, bc=4$

由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A, a=2, A=60°$

$4=b^2+c^2-bc=(b+c)^2-3bc=(b+c)^2-12,(b+c)^2=16, b+c=4$

于是 $b=c=2$

（Ⅱ） $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{a}{\sin A}=\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{4}{3}\sqrt{3}$,

$b=\frac{4}{3}\sqrt{3}\sin B, c=\frac{4}{3}\sqrt{3}\sin C=\frac{4}{3}\sqrt{3}\sin(\frac{2\pi}{3}-B)=\frac{4}{3}\sqrt{3}(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{1}{2}\sin B)$

$b+c=\frac{4}{3}\sqrt{3}(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{3}{2}\sin B)=4(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B+\frac{1}{2}\cos B)=4\sin(B+\frac{\pi}{6})$

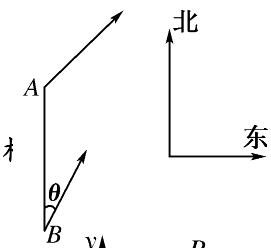
$0<B<\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}<B+\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2}<\sin(B+\frac{\pi}{6})\le 1, 2<4\sin(B+\frac{\pi}{6})\le 4$

$b+c$ 的范围是 $(2,4]$

20.如图所示，甲船由 A 岛出发向北偏东 45°的方向作匀速直线航行，速度为 $15\sqrt{2}$海里/小时，在甲船从 A 岛出发的同时，乙船从 A 岛正南 40 海里处的 B 岛出发，朝北偏东 $\theta\left(\tan\theta=\frac{1}{2}\right)$的方向作匀速直线航行，速度为 $10\sqrt{5}$海里/小时.

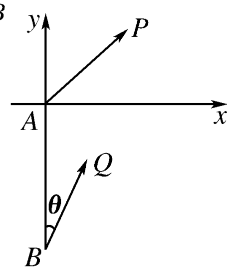
(1)求出发后 3 小时两船相距多少海里？

(2)求两船出发后多长时间距离最近？最近距离为多少海里？



解析： **以 A 为原点，BA 所在直线为 y 轴建立如图所示的平面直角坐标**

设在 t 时刻甲，乙两船分别在 $P(x_1, y_1)$，$Q(x_2, y_2)$，



则 $\begin{cases}x_1=15\sqrt{2}t\sin 45°=15t,\\ y_1=x_1=15t.\end{cases}$

由 $\tan\theta=\frac{1}{2}$**可得，** $\cos\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$**，** $\sin\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

故 $\begin{cases}x_2=10\sqrt{5}t\sin\theta=10t,\\ y_2=10\sqrt{5}t\cos\theta-40=20t-40.\end{cases}$

(1)令 $t=3$，P、Q 两点的坐标分别为(45,45)、(30,20)，

$|PQ|=\sqrt{(45-30)^2+(45-20)^2}=\sqrt{850}=5\sqrt{34}$,

即出发后 3 小时两船相距 $5\sqrt{34}$海里.

(2)由题意得:

$|PQ|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$=\sqrt{(10t-15t)^2+(20t-40-15t)^2}$

$=\sqrt{50t^2-400t+1\,600}=\sqrt{50(t-4)^2+800}\geqslant 20\sqrt{2}$,

∴当且仅当 $t=4$ 时，$|PQ|$取得最小值 $20\sqrt{2}$.

即两船出发后 4 小时时距离最近，最近距离为 $20\sqrt{2}$海里.