三角向量练习(廖老师出题)

1.（　　）在三角形 ABC 中的，$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$ 是 $\angle A=90°$ 的

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件　C．充要条件 D．不充分不必要条件

2.若$|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=\sqrt{2}$，且$(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{a}$,则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角是　A.$30^0$　B.45^0　C.60^0　D.75^0（　　　）

3.（　　）正确的命题是　A、若$\vec{a}\bullet\vec{b}=\vec{b}\bullet\vec{c}$，则 $\vec{a}=\vec{c}$　B. $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则$\vec{a}\bullet\vec{b}=0$

C.若$\vec{a}\parallel\vec{b}$，$\vec{b}\parallel\vec{c}$，则$\vec{a}\parallel\vec{c}$　D. 若$\overrightarrow{a_0}$与$\overrightarrow{b_0}$是单位向量，则$\overrightarrow{a_0}\bullet\overrightarrow{b_0}=1$

4、与向量$\vec{a}=(-6,8)$共线的单位向量坐标为（　　　）

A. $(8,6)$ 或 $(-8,-6)$　B. $(-6,8)$ 或 $(6,-8)$　C. $(\frac{4}{5},\frac{3}{5})$ 或 $(-\frac{4}{5},-\frac{3}{5})$　D. $(-\frac{3}{5},\frac{4}{5})$ 或 $(\frac{3}{5},-\frac{4}{5})$

5、（　　）P 是 ΔABC 内的一点，$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，则 ΔABC 的面积与 ΔABP 的面积之比为　　A．2　　　　　B．3　　　　　C．$\frac{3}{2}$　　　　　D．6

6、（　　）点 O 是△ABC 所在平面上一点，下列结论错误的是

A．$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}\Leftrightarrow O$是$\Delta ABC$的重心

B．$\overrightarrow{AB}^2=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}\Leftrightarrow\angle C=90°$

C．$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}\Leftrightarrow O$是$\Delta ABC$的垂心

D．$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}\Leftrightarrow O$是$\Delta ABC$的内心

7.（　　）已知向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$任意两个都不共线，并且$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{c}$共线，$\vec{b}+\vec{c}$与$\vec{a}$共线，那么$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$等于　　　　　A．$\vec{a}$　　B．$\vec{b}$　　C．$\vec{c}$　D．$\vec{0}$

8、（　　）已知向量$\vec{a},\vec{b}$，且$\overrightarrow{AB}=\vec{a}+2\vec{b},\overrightarrow{BC}=-5\vec{a}+6\vec{b}$，$\overrightarrow{CD}=7\vec{a}-2\vec{b}$，则一定共线的三点是　A．$A$、$B$、$D$　　B．A、B、C　　C．B、C、D　D．A、C、D

9、（　）已知$a,b,c\in R^+, a^2+b^2=c^2$, $A(-a,0)$，$B(0,b)$，$C(c,0)$，$AB\perp CB$, 则$\frac{c}{a}$等于

A. $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$　B. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$　C. $\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$　D. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

10.（　　）已知$|\overrightarrow{OA}|=\sqrt{3}$, $|\overrightarrow{OB}|=1$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，点 C 在$\angle AOB$内，且$\angle AOC=30°$，设$\overrightarrow{OC}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}(m、n\in R)$，则$\frac{m}{n}$等于 A．$\frac{1}{3}$　　B．3　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　D．$\sqrt{3}$

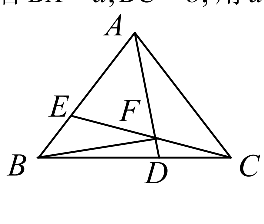
11、已知$\vec{a}=(2,3),\vec{b}=(-4,3)$，则$\vec{a}$在$\vec{b}$方向的投影为______

12、已知向量$\vec{a}=(2,x),\vec{b}=(x,8)$，若$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$，则$x=$______

13、若$\overrightarrow{e_1}$与e_2不共线，$\vec{a}=-\overrightarrow{e_1}+k\overrightarrow{e_2}$，$\vec{b}=k\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2}$，$\vec{a}\parallel\vec{b}$则 k=______

14、已知$\tan(\frac{\pi}{4}+x)=-\frac{3}{4}$, 则$\frac{\cos x}{\sin(x+\frac{\pi}{4})}$=___________

15、在△ABC 中，AE:EB=2:1，BD：DC=2：1，AD 与 CE 交于 F．若$\overrightarrow{BA}=\vec{a},\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, 用$\vec{a},\vec{b}$为基底表示$\overrightarrow{BF}=$__________



16、已知$|\vec{a}|=3,|\vec{b}|=2$，$\vec{a},\vec{b}$的夹角为60°，$\vec{c}=3\vec{a}+5\vec{b},\vec{d}=m\vec{a}-\vec{b}$，

(1)若$\vec{c}//\vec{d}$，求m的值。(2) 若$\vec{c}\perp\vec{d}$，求m的值。

17、已知$|\vec{a}|=4$，$|\vec{b}|=3$，（$2\vec{a}-3\vec{b}$）•（$2\vec{a}+\vec{b}$）=61，

①求$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角； ②求$|\vec{a}+\vec{b}|$和$|\vec{a}-\vec{b}|$.

18、、已知向量$\vec{a}=(\cos\alpha,\sin\alpha),\vec{b}=(\cos\beta,\sin\beta),|\vec{a}-\vec{b}|=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

（Ⅰ）求cos（α—β）的值 （Ⅱ）若$0<\alpha<\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{2}<\beta<0,$且$\sin\beta=-\frac{5}{13},$求$\sin\alpha$的值

19、在ΔABC中,角A、B、C所对的边分别是a、b、c，已知向量$\vec{m}=(1,2\sin A)$，$\vec{n}=(\sin A,1+\cos A)$，满足$\vec{m}//\vec{n}$，$b+c=\sqrt{3}a$ （Ⅰ）求角A的大小； （Ⅱ）求$\sin(B+\frac{\pi}{6})$

20、在ΔABC中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c, 若$\vec{m}=(2,0)$与$\vec{n}=(\sin B,1-\cos B)$的夹角为$\frac{\pi}{3}$。

（Ⅰ）求B的大小　　　　　　（Ⅰ）若$b=\sqrt{3}$, 求$a+c$的最大值

21、在三角形ABC中,角A、B、C所对的分别为a、b、c,已知$a\sin^2\frac{B}{2}+b\sin^2\frac{A}{2}=\frac{c}{2}$

(1)求证：a,b,c成等差数列

(2)若$a-b=4$,△ABC三个内角的最大角为120°，求△ABC的面积S

三角向量练习(廖老师出题)

1．(　C　)在三角形ABC中的，$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$是$\angle A=90^\circ$的

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件　C．充要条件 D．不充分不必要条件

2.若$|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=\sqrt{2}$，且$(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{a}$,则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角是　A.$30^0$　B.45^0　C.60^0　D.75^0(　B　)

3．(B)正确的命题是　A、若$\vec{a}\bullet\vec{b}=\vec{b}\bullet\vec{c}$，则 $\vec{a}=\vec{c}$　B. $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则$\vec{a}\bullet\vec{b}=0$

C.若$\vec{a}\parallel\vec{b}$，$\vec{b}\parallel\vec{c}$，则$\vec{a}\parallel\vec{c}$　D. 若$\overrightarrow{a_0}$与$\overrightarrow{b_0}$是单位向量，则$\overrightarrow{a_0}\bullet\overrightarrow{b_0}=1$

4、与向量$\vec{a}=(-6,8)$共线的单位向量坐标为（　D　）

A. $(8,6)$或$(-8,-6)$　B. $(-6,8)$或$(6,-8)$　C. $(\frac{4}{5},\frac{3}{5})$或$(-\frac{4}{5},-\frac{3}{5})$　D. $(-\frac{3}{5},\frac{4}{5})$或$(\frac{3}{5},-\frac{4}{5})$

5、(B)P是ΔABC内的一点，$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，则$\Delta ABC$的面积与$\Delta ABP$的面积之比为　A．2　B．3　C．$\frac{3}{2}$　D．6

6、(　D　)点O是△ABC所在平面上一点，下列结论错误的是

A．$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}\Leftrightarrow O$是$\Delta ABC$的重心

B．$\overrightarrow{AB}^2=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}\Leftrightarrow\angle C=90^\circ$

C．$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}\Leftrightarrow O$是$\Delta ABC$的垂心

D．$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}\Leftrightarrow O$是$\Delta ABC$的内心

7．(　D　)已知向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$任意两个都不共线，并且$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{c}$共线，$\vec{b}+\vec{c}$与$\vec{a}$共线，那么$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$等于　A．$\vec{a}$　B．$\vec{b}$　C．$\vec{c}$　D．$\vec{0}$

8、(　A　)已知向量$\vec{a},\vec{b}$，且$\overrightarrow{AB}=\vec{a}+2\vec{b},\overrightarrow{BC}=-5\vec{a}+6\vec{b}$，$\overrightarrow{CD}=7\vec{a}-2\vec{b}$，则一定共线的三点是　A. A、B、D　B. A、B、C　C. B、C、D　D. A、C、D

9、(B)已知$a,b,c\in R^+,a^2+b^2=c^2$，$A(-a,0)$，$B(0,b)$，$C(c,0)$，$AB\perp CB$,则$\frac{c}{a}$等于

A. $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$　B. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$　C. $\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$　D. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

10．(　B　)已知$|\overrightarrow{OA}|=1$, $|\overrightarrow{OB}|=\sqrt{3}$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，点C在$\angle AOB$内，且$\angle AOC=30^\circ$，设$\overrightarrow{OC}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}(m、n\in R)$，则$\frac{m}{n}$等于 A. $\frac{1}{3}$　B．3　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　D．$\sqrt{3}$

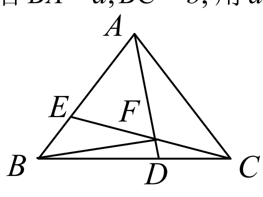
11、已知$\vec{a}=(2,3),\vec{b}=(-4,3)$，则$\vec{a}$在$\vec{b}$方向的投影为_1/5______

12、已知向量$\vec{a}=(2,x),\vec{b}=(x,8)$，若$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$，则$x=$_4______

13、若$\overrightarrow{e_1}$与$\overrightarrow{e_2}$不共线，$\vec{a}=-\overrightarrow{e_1}+k\overrightarrow{e_2}$，$\vec{b}=k\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2}$，$\vec{a}\parallel\vec{b}$则k=__±1____

14、已知$\tan(\frac{\pi}{4}+x)=-\frac{3}{4}$,则$\frac{\cos x}{\sin(x+\frac{\pi}{4})}$=___$-\frac{\sqrt{2}}{6}$________

15、在△ABC中，AE:EB=2:1，BD：DC=2：1，AD与CE交于F. 若$\overrightarrow{BA}=\vec{a},\overrightarrow{BC}=\vec{b}$,用$\vec{a},\vec{b}$为基底表示$\overrightarrow{BF}=$_$\frac{1}{7}\vec{a}+\frac{4}{7}\vec{b}$____



16、已知$|\vec{a}|=3,|\vec{b}|=2$，$\vec{a},\vec{b}$的夹角为60°，$\vec{c}=3\vec{a}+5\vec{b},\vec{d}=m\vec{a}-\vec{b}$，

(1)若$\vec{c}//\vec{d}$，求 m 的值。(2) 若$\vec{c}\perp\vec{d}$，求 m 的值。

解：(1)$\vec{c}//\vec{d}$，　$\vec{c}=3\vec{a}+5\vec{b},\vec{d}=m\vec{a}-\vec{b}$

$\vec{c}=\lambda\vec{d}=\lambda(m\vec{a}-\vec{b})=3\vec{a}+5\vec{b},$

$\lambda m=3,-\lambda=5,m=-\dfrac{3}{5}$

(2) $\vec{c}\perp\vec{d}$　，$\vec{c}=3\vec{a}+5\vec{b},\vec{d}=m\vec{a}-\vec{b}$

$\vec{c}\bullet\vec{d}=(3\vec{a}+5\vec{b})(m\vec{a}-\vec{b})=3m\vec{a}^2+(5m-3)\vec{a}\vec{b}-5\vec{b}^2$

$=27m+3(5m-3)-20=42m-29=0,m=\dfrac{29}{42}$

17、已知$|\vec{a}|=4$，$|\vec{b}|=3$，$(2\vec{a}-3\vec{b})\cdot(2\vec{a}+\vec{b})=61$，

①求$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角；　②求$|\vec{a}+\vec{b}|$和$|\vec{a}-\vec{b}|$.

解：$(2\vec{a}-3\vec{b})\cdot(2\vec{a}+\vec{b})=4\vec{a}^2-4\vec{a}\vec{b}-3\vec{b}^2=64-4\vec{a}\vec{b}-27=37-4\vec{a}\vec{b}=61,\vec{a}\vec{b}=-6$

解：$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\bullet\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{\vec{a}\bullet\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{-6}{12}=-\dfrac{1}{2},\theta=120°$

$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{(\vec{a}+\vec{b})^2}=\sqrt{\vec{a}^2+2\vec{a}\bullet\vec{b}+\vec{b}^2}=\sqrt{25-12}=\sqrt{13}$

$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{(\vec{a}-\vec{b})^2}=\sqrt{\vec{a}^2-2\vec{a}\bullet\vec{b}+\vec{b}^2}=\sqrt{25+12}=\sqrt{37}$

18、、已知向量$\vec{a}=(\cos\alpha,\sin\alpha),\vec{b}=(\cos\beta,\sin\beta),|\vec{a}-\vec{b}|=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$,

（Ⅰ）求$\cos(\alpha-\beta)$的值　（Ⅱ）若$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2},-\dfrac{\pi}{2}<\beta<0$,且$\sin\beta=-\dfrac{5}{13}$,求$\sin\alpha$的值

解：

$(1)\because\vec{a}=(\cos\alpha,\sin\alpha),\vec{b}=(\cos\beta,\sin\beta)$

$\therefore\vec{a}\bullet\vec{b}=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha-\beta),|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$

$\because|\vec{a}-\vec{b}|=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore(\vec{a}-\vec{b})^2=\dfrac{4}{5},\vec{a}^2-2\vec{a}\bullet\vec{b}+\vec{b}^2=\dfrac{4}{5},2-2\vec{a}\bullet\vec{b}=\dfrac{4}{5},2-2\vec{a}\bullet\vec{b}=\dfrac{4}{5},\vec{a}\bullet\vec{b}=\dfrac{3}{5}$

于是$\cos(\alpha-\beta)=\dfrac{3}{5}$

（Ⅱ）因$\sin\beta=-\dfrac{5}{13}$　$\cos(\alpha-\beta)=\dfrac{3}{5}$，$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2},-\dfrac{\pi}{2}<\beta<0$

故$0<\alpha-\beta<\pi$，$\cos\beta=\dfrac{12}{13},\sin(\alpha-\beta)=\dfrac{4}{5}$

$\sin\alpha=\sin[(\alpha-\beta)+\beta]=\sin(\alpha-\beta)\cos\beta+\cos(\alpha-\beta)\sin\beta$

$=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{12}{13}+\dfrac{3}{5}\times(-\dfrac{5}{13})=\dfrac{33}{65}$

19、在ΔABC中，角A、B、C所对的边分别是a、b、c，已知向量$\vec{m}=(1,2\sin A)$，$\vec{n}=(\sin A,1+\cos A)$，满足$\vec{m}//\vec{n}$，$b+c=\sqrt{3}a$ （Ⅰ）求角A的大小； （Ⅱ）求$\sin(B+\frac{\pi}{6})$

解：（Ⅰ）因$\vec{m}//\vec{n}$，$\vec{m}=(1,2\sin A)$，$\vec{n}=(\sin A,1+\cos A)$

$1+\cos A=2\sin^2 A,1+\cos A=2-2\cos^2 A,$

故$2\cos^2 A+\cos A-1=0,(2\cos A-1)(\cos A+1)=0,$

$\cos A=\frac{1}{2}$或$\cos A=-1$(舍去)，$A=60°$

（Ⅱ）$\begin{array}{l}\sin B+\sin(120°-B)=\sqrt{3}\sin 60°,\sin B+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{1}{2}\sin B=\frac{3}{2}\\ \frac{3}{2}\sin B+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B=\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B+\frac{1}{2}\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2},\sin(B+\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{array}$

解2：$b+c=\sqrt{3}a$

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos 60°=(b+c)^2-3bc=(\sqrt{3}a)^2-3bc,bc=\frac{2}{3}a^2$

$b+c=\sqrt{3}a$，$bc=\frac{2}{3}a^2$

b,c是方程$x^2-\sqrt{3}ax+\frac{2}{3}a^2=0$的根，$x_1=\frac{\sqrt{3}}{3}a,x_2=\frac{2\sqrt{3}}{3}a$

当$b=\frac{\sqrt{3}}{3}a,c=\frac{2\sqrt{3}}{3}a$时，$B=30°,B+30°=60°,\sin(B+30°)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

当$b=\frac{2\sqrt{3}}{3}a,c=\frac{\sqrt{3}}{3}a$时，$B=90°,B+30°=120°,\sin(B+30°)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

20、在ΔABC中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，若$\vec{m}=(2,0)$与$\vec{n}=(\sin B,1-\cos B)$的夹角为$\frac{\pi}{3}$。

（Ⅰ）求B的大小　　　　（Ⅱ）若$b=\sqrt{3}$，求$a+c$的最大值

解：（Ⅰ）$\cos\frac{\pi}{3}=\frac{\vec{m}\bullet\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\frac{2\sin B}{2\sqrt{\sin^2 B+(1-\cos B)^2}}$

$\frac{1}{2}=\frac{2\sin B}{2\sqrt{2-2\cos B}}$，$\frac{1}{2}=\frac{2\sin B}{2\sqrt{2-2\cos B}},2-2\cos B=4\sin^2 B,1-\cos B=2(1-\cos^2 B)$

$0=(1-\cos B)(1+2\cos B),\cos B=1$(舍去)，或$\cos B=-\frac{1}{2}$，$B=120°$

（Ⅱ）因$b^2=a^2+c^2-2bc\cos 120°$，$b=\sqrt{3},$

故$3=a^2+c^2+bc$，$3=(a+c)^2-bc\ge(a+c)^2-(\frac{b+c}{2})^2=\frac{3}{4}(a+c)^2,(a+c)^2\le 4,a+c\le 2$

当且仅当$a=c=1$时取等号，于是当$a=c=1$时，$a+c$最大=2

21、在三角形ABC中,角A、B、C所对的分别为a、b、c,已知$a\sin^2\frac{B}{2}+b\sin^2\frac{A}{2}=\frac{c}{2}$

(1)求证：a, c, b成等差数列

(2)若$a-b=4$,△ABC三个内角的最大角为120°，求△ABC的面积S

证明：(1)因$a\sin^2\frac{B}{2}+b\sin^2\frac{A}{2}=\frac{c}{2}$，故$\frac{a(1-\cos B)}{2}+\frac{b(1-\cos A)}{2}=\frac{c}{2}$

$a+b-c=a\cos B+b\cos A, a+b-c=c, a+b=2c$，故$a, c, b$成等差数列

$$\sin A(1-\cos B)+\sin B(1-\cos A)=\sin C$$
$$\sin A+\sin B=2\sin C$$
$$a+b=2c$$

(2) 因$a+b=2c, a>b$，故$a>c>b$

由$a-b=4$，$a+b=2c$得$a=c+2, b=c-2$

于是$A=120°, a^2=b^2+c^2-2bc\cos 120°$

$$(c+2)^2=(c-2)^2+c^2+c(c-2), (c+2)^2=(c-2)^2+c^2+c(c-2), 2c^2-10c=0, c=5$$

于是$a=7, b=3$，△ABC的面积S=$\frac{1}{2}ab\sin 120°=\frac{15\sqrt{3}}{4}$