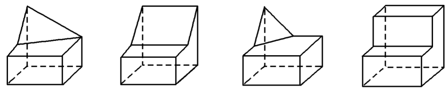
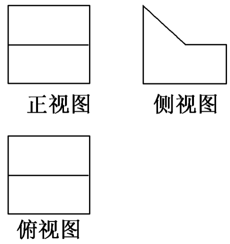
理科立几练习二(廖老师出题)

1．若某几何体的三视图如图所示，则这个几何体的直观图可以是(　　)



A　　B　　C　　D

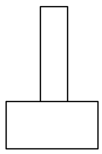


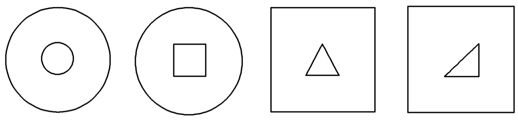
2、若{$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$}为空间的一组基底，则下列各项中，能构成基底的一组向量是(　　)

A．{$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$}　　B．{$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$}

C．{$\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$}　　D．{$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$}

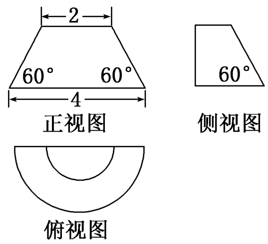
3、某几何体的正视图和侧视图均如图所示，则该几何体的俯视图不可能是(　　)





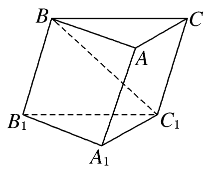
A　　B　　C　　D

4．一个空间几何体的三视图及其相关数据如图所示，则这个空间几何体的表面积是(　　)



A.$\dfrac{11\pi}{2}$　　B.$\dfrac{11\pi}{2}+6$　　C．11π　　D.$\dfrac{11\pi}{2}+3\sqrt{3}$

5．如图，在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle BAC=90°$，$BC_1\perp AC$，则 C_1 在底面 ABC 上的射影 H 必在(　　)



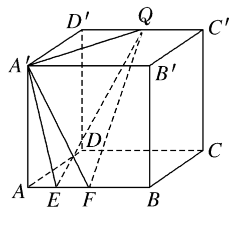
A．直线 AB 上　B．直线 BC 上

C．直线 AC 上　　D．$\triangle ABC$ 内部

6、已知正四棱锥的侧棱与底面的边长都为 $3\sqrt{2}$，则这个四棱锥的外接球的表面积为(　　)

A．12π　　B．36π　　C．72π　D．108π

7.如图，正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 4，动点 E，F 在棱 AB 上，且 $EF=2$，动点 Q 在棱 $C'D'$ 上，则三棱锥 $A-EFQ$ 的体积(　　)



A．与点 E，F 位置有关　B．与点 Q 位置有关

C．与点 E，F，Q 位置都有关　D．与点 E，F，Q 位置均无关，是定值

8、下列命题：

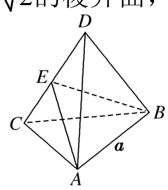
①若 A、B、C、D 是空间任意四点，则有 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=0$；

②若 $\overrightarrow{MB}=x\overrightarrow{MA}+y\overrightarrow{MB}$，则 M、P、A、B 共面；

③若 $\boldsymbol{p}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{p}$ 与 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 共面.

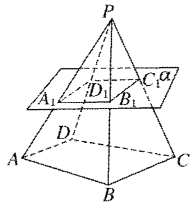
其中正确的个数为(　　)　A．0　　B．1　　C．2　　D．3

9、设四面体的六条棱的长分别为 1,1,1,1，$\sqrt{2}$和 a，且长为 a 的棱与长为$\sqrt{2}$的棱异面，则 a 的取值范围是(　　)



A．$(0，\sqrt{2})$　　B．$(0，\sqrt{3})$　C．$(1，\sqrt{2})$　　D．$(1，\sqrt{3})$

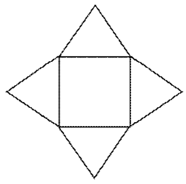
10.设四棱锥 $P-ABCD$ 的底面不是平行四边形，用平面 α 去截此四棱锥(如图)，使得截面四边形是平行四边形，则这样的平面 α(　　)



A．不存在　　　　　　B．只有 1 个

C．恰有 4 个　　　　　D．有无数多个

11．如图所示，已知一个多面体的平面展开图由一个边长为 1 的正方形和 4 个边长为 1 的正三角形组成，则该多面体的体积是________.



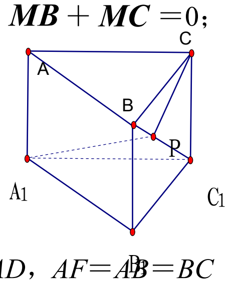
12．若一个圆锥的侧面展开图是面积为 2π 的半圆面，则该圆锥的体积为_____

13、已知正三棱锥 $P-ABC$，点 P，A，B，C 都在半径为$\sqrt{3}$的球面上，若 PA，PB，PC 两两相互垂直，则球心到截面 ABC 的距离为________.

14．在下列条件中，使 M 与 A、B、C 一定共面的是________.

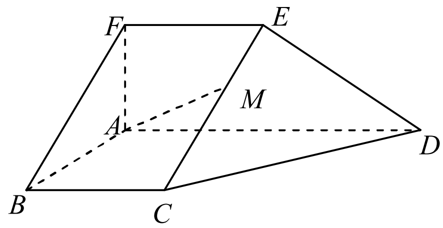
①$\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$；②$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{5}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$；③$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=0$；

④$\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=0$.



15、如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面为直角三角形，$\angle ACB=90°$，$AC=6$，$BC=CC_1=\sqrt{2}$，P 是 BC_1 上一动点，则 $CP+PA_1$ 的最小值是___________

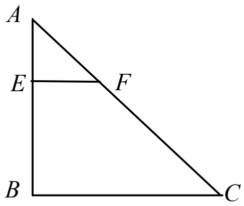
16、如图，在五面体 $ABCDEF$ 中，$FA\perp$ 平面 $ABCD$，$AD//BC//FE$，$AB\perp AD$，$AF=AB=BC=FE=\frac{1}{3}AD$（Ⅰ）求异面直线 BF 与 DE 所成角的余弦值;（Ⅱ）在线段 CE 上是否存在点 M，使得直线 AM 与平面 CDE 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$？若存在，试确定点 M 的位置；若不存在，请说明理由.

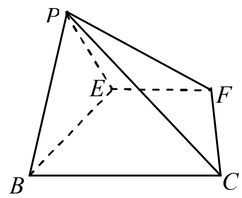


17、如图，在 Rt△ABC 中，$AB=BC=4$，点 E 在线段 AB 上。过点 E 作 EF//BC 交 AC 于点 F，将△AEF 沿 EF 折起到△PEF 的位置(点 A 与 P 重合)，使得$\angle PEB=60°$

（Ⅰ）证明： $EF\perp PB$；

（Ⅱ）试问：当点 E 在线段 AB 上移动时，二面角 P—FC—B 的平面角的余弦值是否为定值？若是，求出其定值；若不是，说明理由。

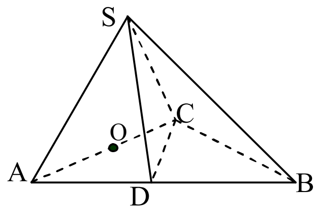




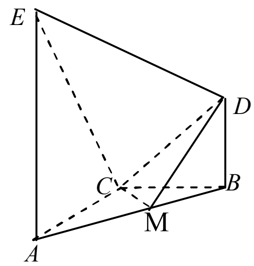
18、已知三棱锥 S—ABC 中，平面$ASC\perp$平面 ABC，O、D 分别为 AC、AB 的中点，AS=CS=CD=AD=$\frac{\sqrt{2}}{2}AC.$

（I）求证：平面$ASC\perp$平面 BCS；

（II）求二面角 A—SC—D 的余弦值。



19、如图简单组合体中，EA⊥平面 ABC，DB⊥平面 ABC, AC⊥BC，且 AC＝AE＝2BC＝2BD，点 M 在线段 AB 上

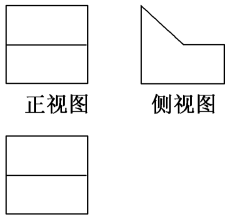


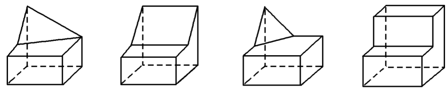
(Ⅰ) 是否存在点 M，使得 CM⊥DM？说明理由。

(Ⅱ)若 AM＝2MB，求直线 DE 与平面 CDM 所成角的正弦值

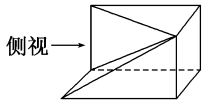
理科立几练习二(廖老师出题)

1．若某几何体的三视图如图所示，则这个几何体的直观图可以是(　　)





解析：选 B　由正视图与俯视图可以将选项 A、C 排除；根据侧视图，可以将 D 排除，注意正视图与俯视图中的实线.



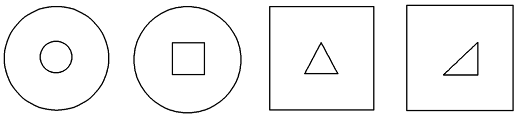
2、若{***a***，***b***，***c***}为空间的一组基底，则下列各项中，能构成基底的一组向量是(　　)

A．{***a***，***a***＋***b***，***a***－***b***}　　　　B．{***b***，***a***＋***b***，***a***－***b***}

C．{***c***，***a***＋***b***，***a***－***b***}　　　　D．{***a***＋***b***，***a***－***b***，***a***＋2***b***}

解析：选 C　若 ***c***、***a***＋***b***、***a***－***b*** 共面， 则 $\boldsymbol{c}=\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+m(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=(\lambda+m)\boldsymbol{a}+(\lambda-m)\boldsymbol{b}$，则 ***a***、***b***、***c*** 为共面向量，与{***a***，***b***，***c***}为空间向量的一组基底矛盾，故 ***c***，***a***＋***b***，***a***－***b*** 可构成空间向量的一组基底.

3、某几何体的正视图和侧视图均如图所示，则该几何体的俯视图不可能是(　　)

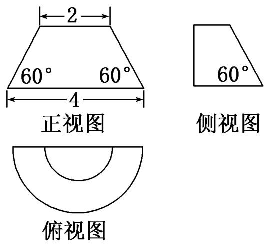


[自主解答]　根据几何体的三视图知识求解.

由于该几何体的正视图和侧视图相同，且上部分是一个矩形，矩形中间无实线和虚线，因此俯视图不可能是 C.

[答案]　C

4． (2012·杭州二模)一个空间几何体的三视图及其相关数据如图所示，则这个空间几何体的表面积是(　　)



A.$\dfrac{11\pi}{2}$　　　B.$\dfrac{11\pi}{2}+6$　　C．11π　D.$\dfrac{11\pi}{2}+3\sqrt{3}$

解析：选 D　这个空间几何体是一个圆台被轴截面割出来的一半．根据个圆台的上底面半径是 1，下底面半径是 2，高为$\sqrt{3}$，母线长是 2，其表面积是两个半圆、圆台侧面积的一半和一个轴截面的面积之和，故 $S=\frac{1}{2}\pi\times1^2+\frac{1}{2}\pi\times2^2+\frac{1}{2}\pi(1+2)\times2+\frac{1}{2}\times(2+4)\times\sqrt{3}=\frac{11\pi}{2}+3\sqrt{3}$.

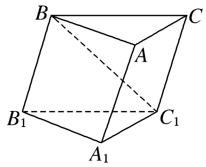
5．如图，在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle BAC=90°$，$BC_1\perp AC$，则 C_1 在底面 ABC 上的射影 H 必在(　　)

A．直线 AB 上

B．直线 BC 上

C．直线 AC 上

D．$\triangle ABC$ 内部



解析：选 A　由 $AC\perp AB$，$AC\perp BC_1$，$\therefore AC\perp$平面 ABC_1.

又$\because AC\subset$面 ABC，$\therefore$平面 $ABC_1\perp$平面 ABC.$\therefore C_1$在面 ABC 上的射影 H 必在两平面交线 AB 上．

6、已知正四棱锥的侧棱与底面的边长都为 $3\sqrt{2}$，则这个四棱锥的外接球的表面积为(　　)

A．12π　　　　B．36π

C．72π　　　　D．108π

解析：选 B　依题意得，该正四棱锥的底面对角线长为 $3\sqrt{2}\times\sqrt{2}=6$，高为 $\sqrt{(3\sqrt{2})^2-\left(\frac{1}{2}\times 6\right)^2}=3$，因此底面中心到各顶点的距离均等于 3，所以该四棱锥的外接球的球心为底面正方形的中心，其外接球的半径为 3，所以其外接球的表面积等于 $4\pi\times 3^2=36\pi$.

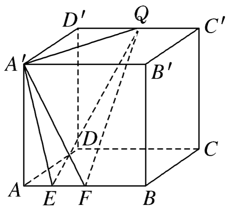
7.如图，正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 4，动点 E，F 在棱 AB 上，且 $EF=2$，动点 Q 在棱 $D'C'$ 上，则三棱锥 $A'-EFQ$ 的体积(　　)

A．与点 E，F 位置有关

B．与点 Q 位置有关

C．与点 E，F，Q 位置都有关

D．与点 E，F，Q 位置均无关，是定值



解析：选 D　因为 $V_{A'-EFQ}=V_{Q-A'EF}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 2\times 4\right)\times 4=\frac{16}{3}$，故三棱锥 $A'-EFQ$ 的体积与点 E，F，Q 的位置均无关，是定值．

8、下列命题：

①若 A、B、C、D 是空间任意四点，则有 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=0$；

②若 $\overrightarrow{MB}=x\overrightarrow{MA}+y\overrightarrow{MB}$，则 M、P、A、B 共面；

③若 $\boldsymbol{p}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{p}$ 与 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 共面．

其中正确的个数为(　　)

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

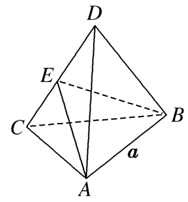
解析：选 D　可判断①②③正确．

9、设四面体的六条棱的长分别为 1,1,1,1，$\sqrt{2}$和 a，且长为 a 的棱与长为$\sqrt{2}$的棱异面，则 a 的取值范围是(　　)

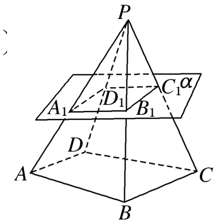
A．$(0,\sqrt{2})$　　　　B．$(0,\sqrt{3})$

C．$(1,\sqrt{2})$　　　　D．$(1,\sqrt{3})$

解析：选 A　如图所示的四面体 $ABCD$ 中，设 $AB=a$，则由题意可得 $CD=\sqrt{2}$，其他边的长都为 1，故三角形 ACD 及三角形 BCD 都是以 CD 为斜边的等腰直角三角形，显然 $a>0$.取 CD 中点 E，连接 AE，BE，则 $AE\perp CD$，$BE\perp CD$ 且 $AE=BE=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，显然 A，B，E 三点能构成三角形，应满足任意两边之和大于第三边，可得 $2\times\frac{\sqrt{2}}{2}>a$，解得 $0<a<\sqrt{2}$.



10.设四棱锥 $P-ABCD$ 的底面不是平行四边形，用平面 α 去截此四棱锥(如图) 边形是平行四边形，则这样的平面 α(　　)

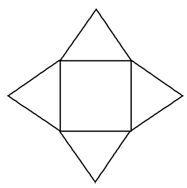


A．不存在　　　　B．只有 1 个

C．恰有 4 个　　　D．有无数多个

解析：选 D　设四棱锥的两组不相邻的侧面的交线为 m，n，直线 m，n 确定了一个平面 β，作与 β 平行的平面 α，与四棱锥的各个侧面相截，则截得的四边形必为平行四边形，而这样的平面 α 有无数多个.

11．(2012·湖州模拟)如图所示，已知一个多面体的平面展开图由一个边长为 1 的正方形和 4 个边长为 1 的正三角形组成，则该多面体的体积是________.



解析：由题知该多面体为正四棱锥，底面边长为 1，侧棱长为 1，斜高为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，连接顶点和底面中心即为高，可求得高为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以体积 $V=\frac{1}{3}\times1\times1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{6}$.

答案：$\frac{\sqrt{2}}{6}$

12．若一个圆锥的侧面展开图是面积为 2π 的半圆面，则该圆锥的体积为________.

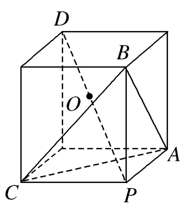
解析：因为半圆的面积为 2π，所以半圆的半径为 2，圆锥的母线长为 2.底面圆的周长为 2π，所以底面圆的半径为 1，所以圆锥的高为$\sqrt{3}$，体积为$\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$.

答案：$\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$

13、已知正三棱锥 $P-ABC$，点 P，A，B，C 都在半径为$\sqrt{3}$的球面上，若 PA，PB，PC 两两相互垂直，则球心到截面 ABC 的距离为________.

[解析]　由于正三棱锥的侧棱 PA，PB，PC 两两互相垂直，故以 PA，PB，PC 为棱补成正方体如图，可知球心 O 为体对角线 PD 的中点，且 $PO=\sqrt{3}$，又 P 到平面 ABC 的距离为 h，则$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{2})^2\cdot h=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times2$.

$\therefore h=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.



$\therefore$球心到截面距离为$\sqrt{3}-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

[答案] $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

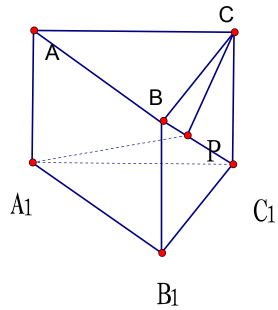
14．在下列条件中，使 M 与 A、B、C 一定共面的是________.

①$\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$；②$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{5}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$；③$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=0$；④$\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=0$.

解析：$\because\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=0$，$\therefore\overrightarrow{MA}=-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}$，则 $\overrightarrow{MA}$、$\overrightarrow{MB}$、$\overrightarrow{MC}$ 为共面向量，即 M、A、B、C 四点共面.

答案：③

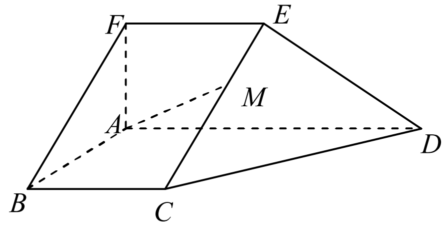
15、如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面为直角三角形，$\angle ACB=90°$，$AC=6$，$BC=CC_1=\sqrt{2}$，P 是 BC_1 上一动点，则 $CP+PA_1$ 的最小值是__________



16、如图，在五面体 $ABCDEF$ 中，$FA\perp$平面 $ABCD$，$AD//BC//FE$，$AB\perp AD$，$AF=AB=BC=FE=\dfrac{1}{3}AD$

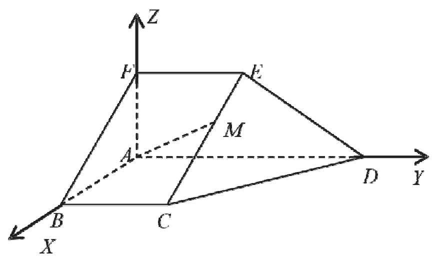
（Ⅰ）求异面直线 BF 与 DE 所成角的余弦值；

（Ⅱ）在线段 CE 上是否存在点 M，使得直线 AM 与平面 CDE 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$？若存在，试确定点 M 的位置；若不存在，请说明理由.



解：建立如图所示的直角坐标系，不妨设 $AB=1$

则 $B(1,0,0),C(1,1,0),D(0,3,0),F(0,0,1),E(0,1,1)$ ……2 分



（Ⅰ）$\overrightarrow{BF}=(-1,0,1),\overrightarrow{DE}=(0,-2,1)$

$$\cos<\overrightarrow{BF},\overrightarrow{DE}>=\frac{\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{DE}}{|\overrightarrow{BF}||\overrightarrow{DE}|}=\frac{1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$$ ………5 分

$\therefore$异面直线 BF 与 DE 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$． ……6 分

（Ⅱ）设平面 CDE 的一个法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$

$\because\overrightarrow{CD}=(-1,2,0),\overrightarrow{DE}=(0,-2,1)$

$\therefore$由$\vec{n}\perp\overrightarrow{CD},\vec{n}\perp\overrightarrow{DE}$ 得

$\begin{cases}-x+2y=0\\-2y+z=0\end{cases}$ 令 $y=1$得$x=z=2$ $\therefore\vec{n}=(2,1,2)$ ………9 分

设存在点 $M(x_1,y_1,z_1)$ 满足条件，由

$\overrightarrow{CM}=\lambda\overrightarrow{CE}$得$:x_1=1-\lambda,y_1=1,z_1=\lambda,M(1-\lambda,1,\lambda)$

$\therefore\overrightarrow{AM}=(1-\lambda,1,\lambda)$ $\because$直线 AM 与平面 CDE 所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

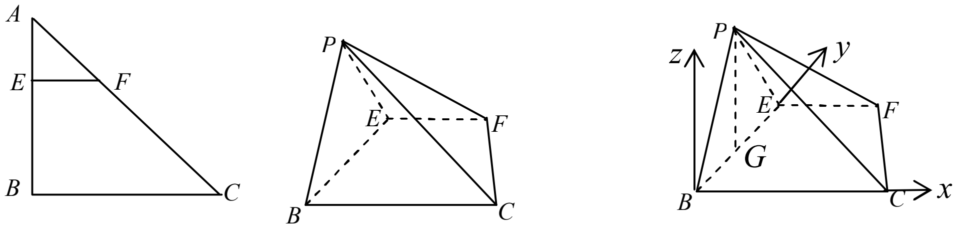
$\therefore\left|\cos<\overrightarrow{AM},\vec{n}>\right|=\dfrac{\sqrt{6}}{3},\dfrac{|\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{AM}||\vec{n}|}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$,得$\lambda=\dfrac{1}{2}$ ………………12 分

故当点 M 为 CE 中点时，直线 AM 与面 CDE 所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. ………13 分

17、如图，在 Rt△ABC 中，$AB=BC=4$，点 E 在线段 AB 上。过点 E 作 EF//BC 交 AC 于点 F，将△AEF 沿 EF 折起到△PEF 的位置(点 A 与 P 重合)，使得$\angle PEB=60°$

（Ⅰ）证明： $EF\perp PB$;

（Ⅱ）试问：当点 E 在线段 AB 上移动时，二面角 P—FC—B 的平面角的余弦值是否为定值？若是，求出其定值；若不是，说明理由。



解：（Ⅰ）∵EF//BC,BC⊥AB

∴EF⊥AB, ∴EF⊥BE, EF⊥PE,又 PE∩BE=E,∴EF⊥平面 PBE

∵PB⊂平面 PBE

∴EF⊥PB

（Ⅱ）设 PE=2t,则 BE=4-2t，作 PG⊥BE 于 G, 因$\angle PEB=60°$，故 GE=t,PG=$\sqrt{3}$t,

以 B 为原点，BC，BE 为 x,轴建系 B—xyz(如图)

∵BG=4-2t -t=4-3t,EF= PE=2t

则 P(0, 4-3t, $\sqrt{3}$t),C(4, 0, 0), F(4-2t, 2t, 0)

故$\overrightarrow{CP}$=(-4, 4-3t, $\sqrt{3}$t), $\overrightarrow{CF}$=(-2t, 2, 0),设平面 ADE 的法向量$\overrightarrow{m}$=(x,y,z)

$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{CP}=0\\\vec{m}\cdot\overrightarrow{CF}=0\end{cases}$故,$\begin{cases}-4x+(4-3t)y+\sqrt{3}tz=0\\-2tx+2ty=0\end{cases}$,$\begin{cases}z=\sqrt{3}y\\x=y\end{cases}$,令 y=1,则$\overrightarrow{m}=(1,1,\sqrt{3})$

平面 BCF 的法向量$\vec{n}=(0,0,1)$，设二面角 P—FC—B 为θ

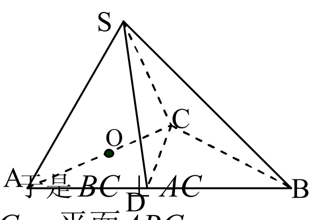
则$|\cos\theta|=\left|\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}\right|=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}\times1}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$,

故当点 E 在线段 AB 上移动时，二面角 P—FC—B 的平面角的余弦值是定值，其定值是$\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

18、已知三棱锥 S—ABC 中，平面 $ASC\perp$平面 ABC，O、D 分别为 AC、AB 的中点，AS=CS=CD=AD=$\dfrac{\sqrt{2}}{2}AC$.

（I）求证：平面 $ASC\perp$平面 BCS;

（II）求二面角 A—SC—D 的余弦值。



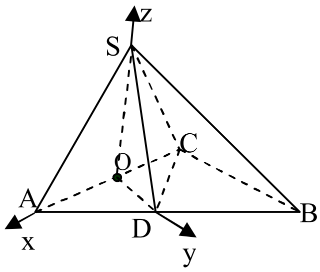
解（I）因为$CD=AD$， AB 的中点，所以$CD=AD=BD$，于是$BC\perp AC$

因为平面 $ASC\perp$平面 ABC，平面 $ASC\cap$平面 ABC＝AC，$BC\subset$平面ABC

所以$BC\perp$平面 ASC，又$BC\subset$平面BCS，所以平面 $ASC\perp$平面 BCS

(II) 因为 AS=CS=CD=AD，OAB 的中点

故$SO \perp AC, OD \perp AC$，又平面$ASC \perp$平面 ABC，故$SO \perp$平面 ABC
以 O 为原点，以 AC、OD、OS 轴建系$O-xyz$(如图)
设 AS=CS=CD=AD＝2，则$AC = 2\sqrt{2}$,$OS = OD = \sqrt{2}$
于是$S(0,0,\sqrt{2})$，$C(-\sqrt{2},0,0)$，$D(0,\sqrt{2},0)$ $\overrightarrow{SD} = (0,\sqrt{2},-\sqrt{2})$，$\overrightarrow{SC} = (-\sqrt{2},0,-\sqrt{2})$



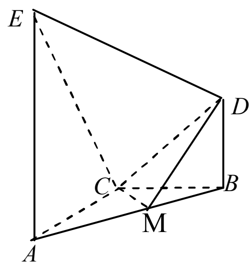
设平面 SCD 的法向量为$\vec{m} = (x,y,z)$，则$\begin{cases} \vec{m} \bullet \overrightarrow{SD} = 0 \\ \vec{m} \bullet \overrightarrow{SC} = 0 \end{cases}$

即$\begin{cases} \sqrt{2}y - \sqrt{2}z = 0 \\ -\sqrt{2}x - \sqrt{2}z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = z \\ x = -z \end{cases}$，令$z = 1$，得$\vec{m} = (-1,1,1)$

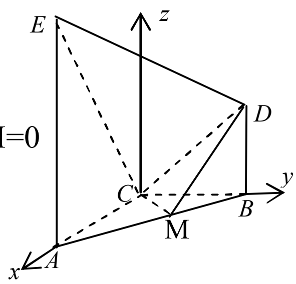
平面 SAC 的法向量为$\vec{n} = (0,1,0)$,设二面角 A—SC—D 的大小为θ

则$\cos\theta = \left|\dfrac{\vec{m} \bullet \vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}\right| = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$，故所求的余弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

19、如图简单组合体中， EA⊥平面 ABC，DB⊥平面 ABC, AC⊥BC，且 AC＝AE＝2BC＝2BD，点 M 在线段 AB 上



(Ⅰ) 是否存在点 M，使得 CM⊥DM？说明理由。
(Ⅱ)若 AM＝2MB，求直线 DE 与平面 CDM 所成角的正弦值
解：(Ⅰ)以 C 为原点，CA、CB 为 x,y 轴建立空间坐标系 C—xyz(如图)
设 BC＝BD＝1, M(x,y,0)则 AC＝AE＝2,
则 A(2,0,0),B(0,1,0),D(0,1,1), D(2,0,2)
∵点 M 在线段 AB
∴设$\overrightarrow{AM}$= λ $\overrightarrow{AB}$



∵$\overrightarrow{AM}$= (x-2,y,0), $\overrightarrow{AB}$=(-2,1,0)
∴ (x-2,y,0)＝λ(-2,1,0) ， x＝2−2λ, y＝λ ∴M(2−2λ, λ,0),
$\overrightarrow{CM}$＝(2−2λ, λ, 0)，$\overrightarrow{DM}$＝(2−2λ, λ -1,-1), 要使 CM⊥DM，只要$\overrightarrow{CM}$ • $\overrightarrow{DM}$=0
故$(2-2\lambda)^2+\lambda(\lambda-1)=0$, (λ -1) (5λ -4)=0, λ =1(舍去)或 λ =$\frac{4}{5}$

故存在点 M,当$\overrightarrow{AM}=\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$时,使得 CM⊥DM

(2) ∵AM＝2MB
∴$\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$,(x-2,y,0)＝$\frac{2}{3}$ (-2,1,0), x=$\frac{2}{3}$, y=$\frac{2}{3}$, M($\frac{2}{3}$,1,0), $\overrightarrow{CM}$=($\frac{2}{3}$,$\frac{2}{3}$,0)

$\overrightarrow{CD}$=(0,1,1)

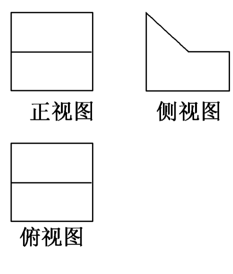
设平面 CDM 的法向量为$\vec{n}$=(a,b,c),则

$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \end{cases}$故$\begin{cases} b + c = 0 \\ \frac{2}{3}a + \frac{2}{3}b = 0 \end{cases}$即$\begin{cases} c = -b \\ a = -b \end{cases}$令$b = -1$,得$\vec{n} = (1,-1,1)$

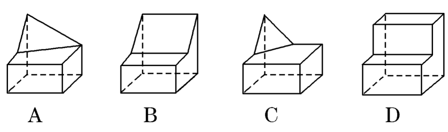
设直线 DE 与平面 CDM 所成的角为θ,则$\sin\theta = \left|\dfrac{\overrightarrow{CD} \cdot \vec{n}}{|\overrightarrow{CD}||\vec{n}|}\right| = \dfrac{2+1+1}{\sqrt{6} \times \sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

∴直线 DE 与平面 CDM 所成角的正弦值$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

理科立几练习二(廖老师出题)



1．若某几何体的三视图如图所示，则这个几何体的直观图可以是(B)

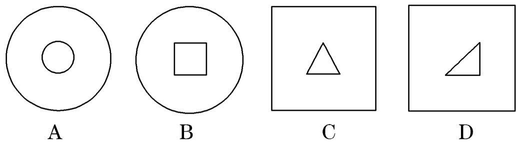


2、若{$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$}为空间的一组基底，则下列各项中，能构成基底的一组向量是(　C　)

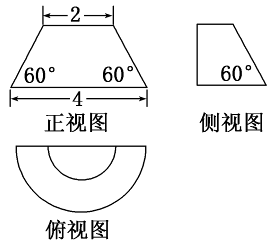
A．{$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$}　　　　B．{$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$}

C．{$\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$}　　　　D．{$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$}

3、某几何体的正视图和侧视图均如图所示，则该几何体的俯视图不可能是(　C　)



4．一个空间几何体的三视图及其相关数据如图所示，则这个空间几何体的表面积是(　D　)



A.$\dfrac{11\pi}{2}$　　B.$\dfrac{11\pi}{2}+6$　　C．11π　　D.$\dfrac{11\pi}{2}+3\sqrt{3}$

5．如图，在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle BAC=90°$，$BC_1\perp AC$，则 C_1 在

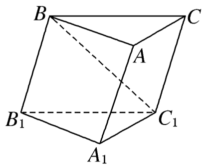
影 H 必在(　A　)

A．直线 AB 上

B．直线 BC 上

C．直线 AC 上

D．$\triangle ABC$ 内部



6、已知正四棱锥的侧棱与底面的边长都为 $3\sqrt{2}$，则这个四棱锥的外接球的表面积为(　B　)

A．12π　　　　B．36π

C．72π　　　　D．108π

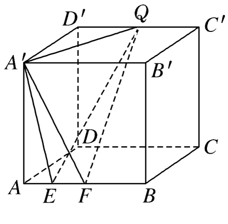
7.如图，正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 4，动点 E，F 在棱 AB 上，且 $EF=2$，动点 Q 在棱 $D'C'$ 上，则三棱锥 $A'-EFQ$ 的体积(　D　)

A．与点 E，F 位置有关

B．与点 Q 位置有关

C．与点 E，F，Q 位置都有关

D．与点 E，F，Q 位置均无关，是定值



8、下列命题：

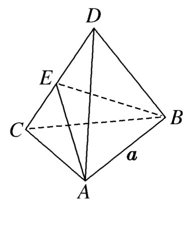
①若 A、B、C、D 是空间任意四点，则有 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=0$；

②若 $\overrightarrow{MB}=x\overrightarrow{MA}+y\overrightarrow{MB}$，则 M、P、A、B 共面；

③若 $\boldsymbol{p}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{p}$ 与 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 共面.

其中正确的个数为(　C　)

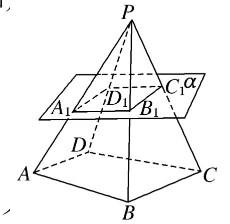
A．0　　B．1　　C．2　　D．3



9、设四面体的六条棱的长分别为1,1,1,1，$\sqrt{2}$和 a，且长为 a 的棱与长为$\sqrt{2}$的棱异面，则 a 的取值范围是(　A　)

A．$(0，\sqrt{2})$　B．$(0，\sqrt{3})$　C．$(1，\sqrt{2})$　D．$(1，\sqrt{3})$

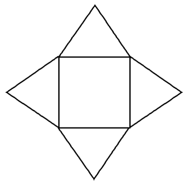
10.设四棱锥 $P-ABCD$ 的底面不是平行四边形，用平面 α 去截此四棱锥(如图)，使得截面四边形是平行四边形，则这样的平面 α(　　)



A．不存在　　　　　B．只有 1 个

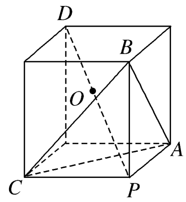
C．恰有 4 个　　　　D．有无数多个

11．如图所示，已知一个多面体的平面展开图由一个边长为 1 的正方形和 4 个边长为 1 的正三角形组成，则该多面体的体积是__$\frac{\sqrt{2}}{6}$____．



12．若一个圆锥的侧面展开图是面积为 2π 的半圆面，则该圆锥的体积为_$\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$__

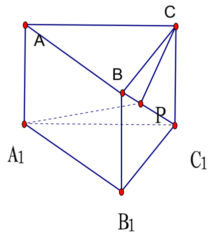
13、已知正三棱锥 $P-ABC$，点 P，A，B，C 都在半径为$\sqrt{3}$的球面上，若 PA，PB，PC 两两相互垂直，则球心到截面 ABC 的距离为__$\frac{\sqrt{3}}{3}$_____．



14．在下列条件中，使 M 与 A、B、C 一定共面的是____③____．

①$\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$；②$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{5}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$；

③$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=0$；④$\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=0$.

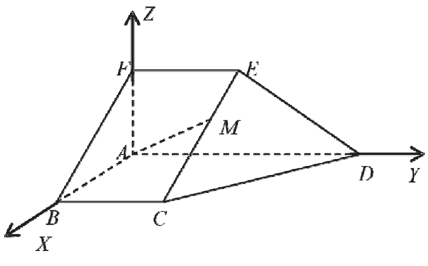


15、如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面为直角三角形，$\angle ACB=90°$，$AC=6$，$BC=CC_1=\sqrt{2}$，P 是 BC_1 上一动点，则 $CP+PA_1$ 的最小值是____$5\sqrt{2}$_______

16、如图，在五面体 $ABCDEF$ 中，$FA\perp$平面 $ABCD$，$AD//BC//FE$，$AB\perp AD$，$AF=AB=BC=FE=\frac{1}{3}AD$（Ⅰ）求异面直线 BF 与 DE 所成角的余弦值；（Ⅱ）在线段 CE 上是否存在点 M，使得直线 AM 与平面 CDE 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$？若存在，试确定点 M 的位置；若不存在，请说明理由.

解：建立如图所示的直角坐标系，不妨设 $AB=1$

则 $B(1,0,0),C(1,1,0),D(0,3,0),F(0,0,1),E(0,1,1)$



（Ⅰ）$\overrightarrow{BF}=(-1,0,1),\overrightarrow{DE}=(0,-2,1)$

$$\cos<\overrightarrow{BF},\overrightarrow{DE}>=\frac{\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{DE}}{|\overrightarrow{BF}||\overrightarrow{DE}|}=\frac{1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$$

$\therefore$异面直线 BF 与 DE 所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{10}}{10}$.

（Ⅱ）设平面 CDE 的一个法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$ $\because\overrightarrow{CD}=(-1,2,0),\overrightarrow{DE}=(0,-2,1)$

$\therefore$由$\vec{n}\perp\overrightarrow{CD},\vec{n}\perp\overrightarrow{DE}$得

$$\begin{cases}-x+2y=0\\ -2y+z=0\end{cases} \qquad 令\ y=1得x=z=2\ \therefore \vec{n}=(2,1,2)$$

设存在点 $M(x_1,y_1,z_1)$ 满足条件，由

$\overrightarrow{CM}=\lambda\overrightarrow{CE}得:\mathrm{x}_1=1-\lambda,y_1=1,z_1=\lambda,M(1-\lambda,1,\lambda)$

$\therefore \overrightarrow{AM}=(1-\lambda,1,\lambda)$ $\because$ 直线 AM 与平面 CDE 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

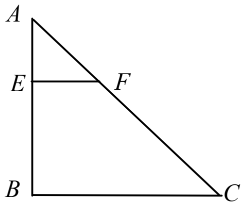
$$\therefore \left|\cos<\overrightarrow{AM},\vec{n}>\right|=\frac{\sqrt{6}}{3},\frac{|\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{AM}||\vec{n}|}=\frac{\sqrt{6}}{3},得\lambda=\frac{1}{2}$$

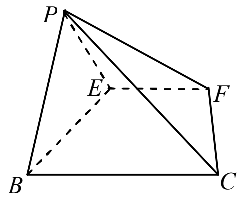
故当点 M 为 CE 中点时，直线 AM 与面 CDE 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

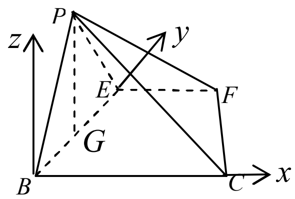
17、如图，在 Rt△ABC 中，$AB=BC=4$，点 E 在线段 AB 上。过点 E 作 EF//BC 交 AC 于点 F，将△AEF 沿 EF 折起到△PEF 的位置(点 A 与 P 重合)，使得 $\angle PEB=60^\circ$

（Ⅰ）证明： $EF\perp PB$;

（Ⅱ）试问：当点 E 在线段 AB 上移动时，二面角 P—FC—B 的平面角的余弦值是否为定值？若是，求出其定值；若不是，说明理由。







解：（Ⅰ）∵EF//BC,BC⊥AB

∴EF⊥AB, ∴EF⊥BE, EF⊥PE,又 PE∩BE=E,∴EF⊥平面 PBE

∵PB⊂平面 PBE

∴EF⊥PB

（Ⅱ）设 PE=2t,则 BE=4-2t，作 PG⊥BE 于 G，因 $\angle PEB=60^\circ$，故 GE=t,PG=$\sqrt{3}$t,

以 B 为原点，BC，BE 为 x,轴建系 B—xyz(如图)

∵BG=4-2t -t=4-3t, EF= PE=2t

则 P(0, 4-3t, $\sqrt{3}$t),C(4, 0, 0), F(4-2t, 2t, 0)

故$\overrightarrow{\mathrm{CP}}$=(-4, 4-3t, $\sqrt{3}$t)，$\overrightarrow{\mathrm{CF}}$=(-2t, 2, 0),设平面 ADE 的法向量$\overrightarrow{\mathrm{m}}$=(x,y,z)

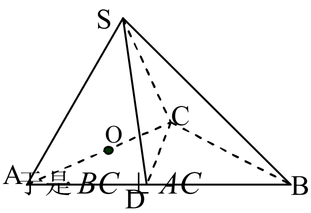
$$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{CP}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{CF}=0\end{cases}故,\ \begin{cases}-4x+(4-3t)y+\sqrt{3}tz=0\\ -2tx+2ty=0\end{cases},\begin{cases}z=\sqrt{3}y\\ x=y\end{cases},令\ y=1,则\overrightarrow{\mathrm{m}}=(1,1,\sqrt{3})$$

平面 BCF 的法向量$\overrightarrow{\mathrm{n}}$=(0,0,1)，设二面角 P—FC—B 为 θ

$$则|\cos\theta|=\left|\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}\right|=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}\times 1}=\frac{\sqrt{15}}{5},$$

故当点 E 在线段 AB 上移动时，二面角 P—FC—B 的平面角的余弦值是定值，其定值是 $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

18、已知三棱锥 S—ABC 中，平面 $ASC\perp$平面 ABC，O、D 分别为 AC、AB 的中点，AS=CS=CD=AD=$\dfrac{\sqrt{2}}{2}AC$.



（I）求证：平面 $ASC\perp$平面 BCS；

（II）求二面角 A—SC—D 的余弦值。

解（I）因为$CD=AD$， AB 的中点，所以$CD=AD=BD$，于是 $BC\perp AC$

因为平面 $ASC\perp$ 平面 ABC，平面 $ASC\cap$ 平面 ABC＝AC，$BC\subset \text{平面}ABC$

所以 $BC\perp$ 平面 ASC，又 $BC\subset \text{平面}BCS$，所以平面 $ASC\perp$ 平面 BCS

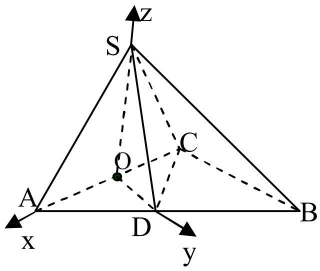
(II) 因为 AS=CS=CD=AD，OAB 的中点

故 $SO\perp AC, OD\perp AC$，又平面 $ASC\perp$ 平面 ABC，故 $SO\perp$ 平面 ABC

以 O 为原点，以 AC、OD、OS 轴建系 $O-xyz$ (如图)

设 AS=CS=CD=AD＝2，则 $AC=2\sqrt{2}$,$OS=OD=\sqrt{2}$

于是 $S(0,0,\sqrt{2})$，$C(-\sqrt{2},0,0)$，$D(0,\sqrt{2},0)$ $\overrightarrow{SD}=(0,\sqrt{2},-\sqrt{2})$，$\overrightarrow{SC}=(-\sqrt{2},0,-\sqrt{2})$



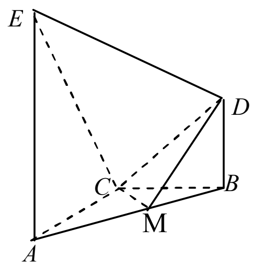
设平面 SCD 的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\vec{m}\bullet\overrightarrow{SD}=0\\ \vec{m}\bullet\overrightarrow{SC}=0\end{cases}$

即 $\begin{cases}\sqrt{2}y-\sqrt{2}z=0\\ -\sqrt{2}x-\sqrt{2}z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=z\\ x=-z\end{cases}$，令 $z=1$，得 $\vec{m}=(-1,1,1)$

平面 SAC 的法向量为 $\vec{n}=(0,1,0)$,设二面角 A—SC—D 的大小为 θ

则 $\cos\theta=\left|\dfrac{\vec{m}\bullet\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}\right|=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，故所求的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

19、如图简单组合体中， EA⊥平面 ABC，DB⊥平面 ABC, AC⊥BC，且 AC＝AE＝2BC＝2BD，点 M 在线段 AB 上



(Ⅰ) 是否存在点 M，使得 CM⊥DM？说明理由。

(Ⅱ)若 AM＝2MB，求直线 DE 与平面 CDM 所成角的正弦值

解：(Ⅰ)以 C 为原点，CA、CB 为 x,y 轴建立空间坐标系 C—xyz(如图)

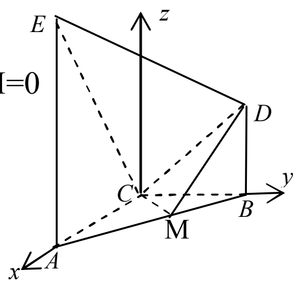
设 BC＝BD＝1, M(x,y,0)则 AC＝AE＝2,

则 A(2,0,0),B(0,1,0),D(0,1,1), D(2,0,2)

∵点 M 在线段 AB

∴设 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}$ ∵ $\overrightarrow{AM}=(x-2,y,0)$, $\overrightarrow{AB}=(-2,1,0)$

∴ $(x-2,y,0)=\lambda(-2,1,0)$ ，$x=2-2\lambda$, $y=\lambda$ ∴$M(2-2\lambda,\lambda,0)$，



$\overrightarrow{CM}=(2-2\lambda,\lambda,0)$，$\overrightarrow{DM}=(2-2\lambda,\lambda-1,-1)$, 要使 CM⊥DM，只要 $\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{DM}=0$

故 $(2-2\lambda)^2+\lambda(\lambda-1)=0$, $(\lambda-1)(5\lambda-4)=0$, $\lambda=1$(舍去)或 $\lambda=\dfrac{4}{5}$

故存在点 M,当 $\overrightarrow{AM}=\dfrac{4}{5}\overrightarrow{AB}$ 时,使得 CM⊥DM

(2) ∵AM＝2MB

∴$\overrightarrow{AM}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$,$(x-2,y,0)=\dfrac{2}{3}(-2,1,0)$, $x=\dfrac{2}{3}$, $y=\dfrac{2}{3}$, $M(\dfrac{2}{3},1,0)$, $\overrightarrow{CM}=(\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3},0)$,$\overrightarrow{CD}=(0,1,1)$

设平面 CDM 的法向量为 $\vec{n}=(a,b,c)$,则

$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{CD}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{CM}=0\end{cases}$ 故 $\begin{cases}b+c=0\\ \dfrac{2}{3}a+\dfrac{2}{3}b=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}c=-b\\ a=-b\end{cases}$ 令 $b=-1$,得 $\vec{n}=(1,-1,1)$

设直线 DE 与平面 CDM 所成的角为 θ,则 $\sin\theta=\left|\dfrac{\overrightarrow{CD}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{CD}||\vec{n}|}\right|=\dfrac{2+1+1}{\sqrt{6}\times\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

∴直线 DE 与平面 CDM 所成角的正弦值 $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$