

数列与立几练习

1、在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_4 + a_6 = 16$, 则该数列前 11 项和 $S_{11} = ()$

A、58 B、88 C、143 D、176

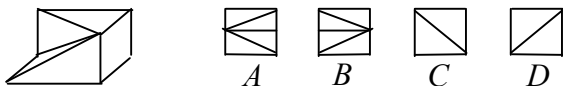
2、 l 是直线, α, β 是两个不同的平面, 则正确的是()

A. 若 $l // \alpha, l // \beta$, 则 $\alpha // \beta$ B. 若 $l // \alpha, l \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$
C. 若 $\alpha \perp \beta, l \perp \alpha$, 则 $l \perp \beta$ D. 若 $\alpha \perp \beta, l // \alpha$, 则 $l \perp \beta$

3、等比数列 $\{a_n\}$, $a_4 + a_7 = 2, a_5 a_6 = -8$, 则 $a_1 + a_{10} = ()$

A、7 B、5 C、-5 D、-7

4、将长方体截去一个四棱锥, 得到的几何体如图所示, 则该几何体的左视图为()



5、一梯形的直观图是一个如图所示的等腰梯形, 且该梯形的面积为 $\sqrt{2}$, 则原梯形的面积为()

A、2 B、 $\sqrt{2}$ C、 $2\sqrt{2}$ D、4

6、数列 $1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4}, 3\frac{1}{8}, 4\frac{1}{16}, \dots, (n + \frac{1}{2^n})$ 的前 n 项和为()

A、 $2 - \frac{1}{2^n} - \frac{n}{2^{n+1}}$ B、 $2 - \frac{1}{2^n - 1} - \frac{n}{2^n}$

C、 $\frac{1}{2}(n^2 + n + 2) - \frac{1}{2^n}$ D、 $\frac{1}{2}n(n+1) + 1 - \frac{1}{2^{n+1}}$

7、已知直线 $a //$ 平面 α , $a //$ 平面 β , $\alpha \cap \beta = b$, 则 a 与 b ()

A、相交 B、异面 C、平行 D、共面或异面

8、在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -2013$, 其前 n 项和为 S_n , 若 $\frac{S_{12}}{12} - \frac{S_{10}}{10} = 2$, 则 S_{2013} 的值是()

A、-2012 B、-2013 C、2012 D、2013

9、数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = n \cos \frac{n\pi}{2}$, 其前 n 项和为 S_n , 则 S_{2002} 等于()

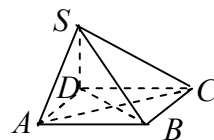
A、1006 B、2012 C、503 D、0

10、若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1, a_2 - a_1, a_3 - a_2, \dots, a_n - a_{n-1}, \dots$ 是首项为 1, 公比为 2 的等比数列, 则 a_n 等于()

A、 $2^{n+1} - 1$ B、 $2^n - 1$ C、 2^{n-1} D、 $2^n + 1$

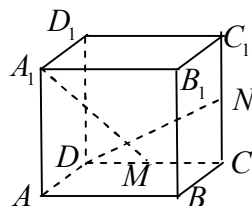
11、如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为正方形, $SD \perp$ 底面 $ABCD$, 则下列结论中不正确的是()

A、 $AC \perp SB$ B、 $AB //$ 平面 SCD
C、 SA 与平面 SBD 所成的角等于 SC 与 SBD 所成的角
D、 AB 与 SC 所成的角等于 DC 与 SA 所成的角



14、设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_3 = 3, S_6 = 24$, 则 $a_9 =$ _____

15、如图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别是棱 CD, C_1C_1 的中点, 则异面直线 A_1M 与 DN 所成的角的大小是 _____



16、已知过球面上 A, B, C 三点的截面和球心的距离等于球半径的一半, 且 $AB=BC=CA=2$, 则球面的面积是 _____

17、已知公差为零的等差数列 $\{a_n\}$ ， $a_1 = 1$ ，且 a_1, a_3, a_7 成等比数列
(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 (2)求数列 $\{2^{a_n}\}$ 的前 n 项和 S_n

20、数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = -\frac{1}{2}n^2 + kn, k \in N^*$ ，且 S_n 的最大值为 8.
(1)确定常数 k ，求 a_n (2)求数列 $\{\frac{9-2a_n}{2^n}\}$ 的前 n 项和 T_n

数列与立几练习

1、在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_4 + a_6 = 16$, 则该数列前 11 项和 $S_{11} = (B)$

A、58 B、88 C、143 D、176

2、 l 是直线, α, β 是两个不同的平面, 则正确的是 (B)

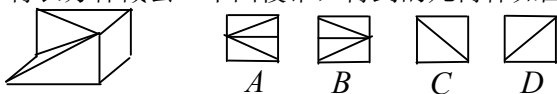
- A. 若 $l // \alpha, l // \beta$, 则 $\alpha // \beta$ B. 若 $l // \alpha, l \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$
 C. 若 $\alpha \perp \beta, l \perp \alpha$, 则 $l \perp \beta$ D. 若 $\alpha \perp \beta, l // \alpha$, 则 $l \perp \beta$

3、等比数列 $\{a_n\}$, $a_4 + a_7 = 2, a_5 a_6 = -8$, 则 $a_1 + a_{10} = (D)$

A、7 B、5 C、-5 D、-7

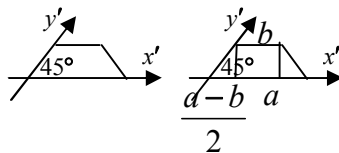
解: $a_4 + a_7 = 2, a_4 a_7 = -8$,
 $a_4 = 4, a_7 = -2$, 或 $a_4 = -2, a_7 = 4$
 a_1, a_4, a_7, a_{10} 成等比
 $-8, 4, -2, 1$ 或 $1, -2, 4, -8$, 于是 $a_1 + a_{10} = -7$

4、将长方体截去一个四棱锥, 得到的几何体如图所示, 则该几何体的左视图为 (D)



5、一梯形的直观图是一个如图所示的等腰梯形, 且该梯形的面积为 $\sqrt{2}$, 则原梯形的面积为 () A、2 B、 $\sqrt{2}$ C、 $2\sqrt{2}$ D、4

解: $\frac{a+b}{2} \times \frac{a-b}{2} = \sqrt{2}, \frac{a+b}{2} \times \frac{2\sqrt{2}(a-b)}{2} = 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4$



6、数列 $1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4}, 3\frac{1}{8}, 4\frac{1}{16}, \dots, (n + \frac{1}{2^n})$ 的前 n 项和为 (C)

A、 $2 - \frac{1}{2^n} - \frac{n}{2^{n+1}}$ B、 $2 - \frac{1}{2^n - 1} - \frac{n}{2^n}$ C、 $\frac{1}{2}(n^2 + n + 2) - \frac{1}{2^n}$ D、 $\frac{1}{2}n(n+1) + 1 - \frac{1}{2^{n+1}}$

7、已知直线 $a //$ 平面 α , $a //$ 平面 β , $\alpha \cap \beta = b$, 则 a 与 b (C)

A、相交 B、异面 C、平行 D、共面或异面

8、在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -2013$, 其前 n 项和为 S_n , 若 $\frac{S_{12}}{12} - \frac{S_{10}}{10} = 2$, 则 S_{2013} 的值是 (B)

A、-2012 B、-2013 C、2012 D、2013

解: $\frac{S_{12}}{12} - \frac{S_{10}}{10} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} - \frac{a_1 + a_{10}}{2} = d = 2$

$S_{2013} = 2013a_1 + \frac{2012 \times 2013}{2}d = 2013 \times (-2013) + 2012 \times 2013 = -2013$

9、数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = n \cos \frac{n\pi}{2}$, 其前 n 项和为 S_n , 则 S_{2002} 等于 (A)

A、1006 B、2012 C、503 D、0

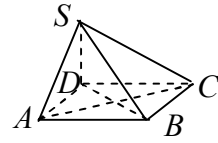
解: $a_n = n \cos \frac{n\pi}{2}, a_1 = 1 \times 0 = 0, a_2 = 2 \times (-1) = -2, a_3 = 3 \times 0 = 0, a_4 = 4 \times 1 = 4,$
 $a_5 = 0, a_6 = -6, a_7 = 0, a_8 = 8, \dots, S_{2012} = 503 \times 2 = 1006$

10、若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1, a_2 - a_1, a_3 - a_2, \dots, a_n - a_{n-1}, \dots$ 是首项为 1, 公比为 2 的等比数列, 则 a_n 等于 (B) A、 $2^{n+1} - 1$ B、 $2^n - 1$ C、 2^{n-1} D、 $2^n + 1$

解: $a_1 = 1, a_2 - a_1 = 2, a_3 - a_2 = 2^2, \dots, a_n - a_{n-1} = 2^{n-1}$,
 相加得 $a_n = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$

11、如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为正方形， $SD \perp$ 底面 $ABCD$ ，则下列结论中不正确的是 (D)

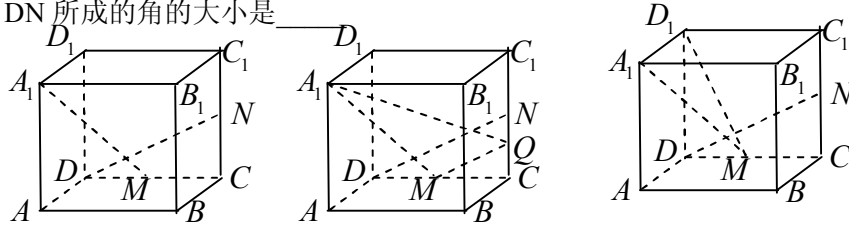
- A、 $AC \perp SB$ B、 $AB \parallel$ 平面 SCD
 C、SA 与平面 SBD 所成的角等于 SC 与 SBD 所成的角
 D、AB 与 SC 所成的角等于 DC 所成的角



14、设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_3 = 3, S_6 = 24$ ，则 $a_9 =$ -15

解： $3a_1 + 3d = 3, 6a_1 + 15d = 24$ ，解得 $d=2, a_1 = -1, a_9 = -1 + 16 = 15$

15、如图所示，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M,N 分别是棱 CD, C_1C 的中点，则异面直线 A_1M 与 DN 所成的角的大小是



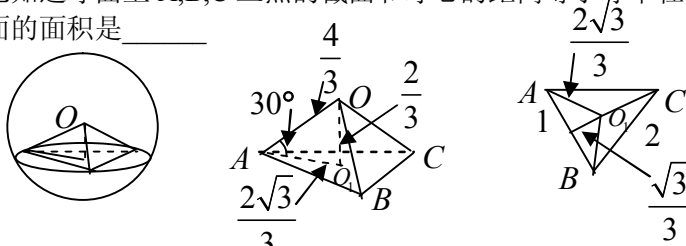
解 1：见图 1

设棱长 4，则 $QM = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}, A_1M = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2} = 6, A_1Q = \sqrt{4^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{41}$

于是 $\cos \theta = \frac{(\sqrt{5})^2 + 6^2 - (\sqrt{41})^2}{2 \times 6 \times \sqrt{5}} = 0, \theta = 90^\circ$

解 1：见图 2 易知 $DN \perp A_1D_1M$ ，于是 $DN \perp A_1M$

16、已知过球面上 A,B,C 三点的截面和球心的距离等于球半径的一半，且 $AB=BC=CA=2$ ，则球面的面积是 $\frac{64}{9}\pi$



解： $S_{\text{球面}} = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{64}{9}\pi$

17、已知公差为零的等差数列 $\{a_n\}$ ， $a_1 = 1$ ，且 a_1, a_3, a_9 成等比数列

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 (2)记求数列 $\{2^{a_n}\}$ 的前 n 项和 S_n

解：(1) 设 $\{a_n\}$ 公差 $d (d \neq 0)$ ，

因 $a_1 = 1, a_1, a_3, a_9$ ，故 $a_3^2 = a_1 a_9, (1+2d)^2 = 1+8d, d = 0$ (舍) 或 $d = 1$
 $a_n = 1 + (n-1) = n$

(2) $2^{a_n} = 2^n$ ，于是 $\{2^{a_n}\}$ 是首项为 2，公比为 2 的等比数列 $S_n = \frac{2[2^n - 1]}{2 - 1} = 2^{n+1} - 2$

20、数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = -\frac{1}{2}n^2 + kn, k \in N^*$, 且 S_n 的最大值为8.

(1)确定常数 k , 求 a_n (2)求数列 $\{\frac{9-2a_n}{2^n}\}$ 的前 n 项和 T_n

$$\text{解: } S_n = -\frac{1}{2}n^2 + kn, k \in N^*,$$

$$\text{对称轴 } n = k, \text{ 于是当 } n = k \text{ 时 } S_n \text{ 最大} = -\frac{1}{2}k^2 + k^2 = \frac{1}{2}k^2 = 8, k = 4$$

$$\text{故 } S_n = -\frac{1}{2}n^2 + 4n,$$

$$\text{当 } n=1 \text{ 时 } a_1 = S_1 = \frac{7}{2}$$

$$\text{当 } n \geq 2 \text{ 时 } S_n = -\frac{1}{2}n^2 + 4n, S_{n-1} = -\frac{1}{2}(n-1)^2 + 4(n-1)$$

$$\text{因此 } a_n = -\frac{1}{2}(2n-1) + 4 = -n + \frac{9}{2}, \text{ 对 } n=1 \text{ 也成立}$$

$$\text{综上 } a_n = -n + \frac{9}{2}$$

$$(2) \frac{9-2a_n}{2^n} = \frac{9-2(-n+\frac{9}{2})}{2^n} = \frac{2n}{2^n} = \frac{n}{2^{n-1}}$$

$$T_n = \frac{1}{2^0} + \frac{2}{2^1} + \frac{3}{2^2} + \cdots + \frac{n}{2^{n-1}}$$

$$\frac{1}{2}T_n = \frac{1}{2^1} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \cdots + \frac{n}{2^n}$$

$$\text{相减得 } \frac{1}{2}T_n = \frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^2} - \frac{n}{2^n} = \frac{1-\frac{1}{2^n}}{1-\frac{1}{2}} - \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{2}{2^n} - \frac{n}{2^n}$$

$$T_n = 4 - \frac{4}{2^n} - \frac{2n}{2^n} = 4 - \frac{2}{2^{n-1}} - \frac{n}{2^{n-1}}$$