数列练习三

1、若等差数列$\{a_n\}$的前三项和$S_3=9, a_1=1,$则a_2等于( )

A、3　B、4　C、5　D、6

2、已知等差数列共有10项，其中奇数项之和15，偶数项的和30，则其公差是（ ）

A、5　B、4　C、3　D、2

3、已知$x>0, y>0, x, a, b, y$成等差数列，x, c, d, y成等比数列，则$\dfrac{(a+b)^2}{cd}$最小值是( )

A、0　B、1　C、2　D、4

4、已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_{10}=10$，其前10项和$S_{10}=70$，则其公差是（ ）

A、$-\dfrac{2}{3}$ B、$-\dfrac{1}{3}$ C、$\dfrac{1}{3}$ D、$\dfrac{2}{3}$

5、等差数列$\{a_n\}$的前n项和S_n，$S_3=9, S_6=36$，则$a_7+a_8+a_9=$（ ）

A、63　B、45　C、36　D、27

6、设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$\dfrac{S_6}{S_3}=3,$则$\dfrac{S_9}{S_6}=$（ ）

A．2　B．$\dfrac{7}{3}$　C．$\dfrac{8}{3}$　D．3

7、数列$\{a_n\}$是各项均为正数的等比数列，$\{b_n\}$是等差数列，且$a_6=b_7$，则有( )

A．$a_3+a_9\leq b_4+b_{10}$　B．$a_3+a_9\geq b_4+b_{10}$

C．$a_3+a_9\neq b_4+b_{10}$　D．a_3+a_9与b_4+b_{10}的大小不确定

8、数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=a_n-a_{n-1}(n\geq 2)$，$a_1=a, a_2=b,$设$S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$，则下列结论正确的是( )

A．$a_{100}=-a, S_{100}=2b-a$　B．$a_{100}=-b, S_{100}=2b-a$

C．$a_{100}=-b, S_{100}=b-a$　D．$a_{100}=-a, S_{100}=b-a$

9、数列$\{a_n\}$是各项均为正数，其前n项和S_n，若$\{\log_2 a_n\}$是公差为-1的等差数列，且$S_6=\dfrac{3}{8}$

则$a_1=$（ ）A、$\dfrac{4}{21}$ B、$\dfrac{6}{31}$ C、$\dfrac{8}{21}$ D、$\dfrac{12}{31}$

10、等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，前n项和S_n，若数列$\{a_n+1\}$也是等比数列，则S_n=( )

11、等比数列$\{a_n\}$中，$a_1a_5=16, a_4=8,$则$a_6=$_____

12、等比数列$\{a_n\}$前n项和S_n，已知S_1，$2S_2$，$3S_3$成等差数列，则$\{a_n\}$的公比为____

13、数列$\{a_n\}$中，$a_1=-60$，$a_{n+1}=a_n+3$，那么$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{30}|$=_____

14、已知数列$\{a_n\}$中，$a_1>0, 3a_8=5a_{13}$，则$\{S_n\}$中的最大项为______

15、等比数列$\{a_n\}$中，已知$a_1=2, a_4=16$

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式　(2)若a_3, a_5分别是等差数列$\{b_n\}$的第3项和第5项，求$\{b_n\}$的通项公式及前n项和S_n

16、已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_n=2a_{n-1}+2^n(n\geq 2,n\in N*)$

(1) 求a_2,a_3　(2)证明：数列$\{\frac{a_n}{2^n}\}$是等差数列

17、数列$\{a_n\}$的前 n 项和记为 S_n，$a_1=1,a_{n+1}=2S_n+1(n\geq 1)$；

(1)求$\{a_n\}$的通项公式(2)等差数列$\{b_n\}$的各项为正数，其前 n 项和为T_n，且$T_3=15$，又a_1+b_1,a_2+b_2,a_3+b_3成等比数列，求T_n

18、已知公差不为零的等差数列$\{a_n\}$的首项a_1为$a(a\in R)$,且$\frac{1}{a_1},\frac{1}{a_2},\frac{1}{a_4}$成等比数列,

(1) 求$\{a_n\}$的通项公式　(2)对$n\in N^*$,试比较$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_{2^2}}+\frac{1}{a_{2^3}}+\cdots+\frac{1}{a_{2^n}}$与$\frac{1}{a_1}$的大小

数列练习三

1、若等差数列$\{a_n\}$的前三项和$S_3=9, a_1=1,$则a_2等于(A)

A、3　B、4　C、5　D、6

2、已知等差数列共有 10 项，其中奇数项之和 15，偶数项的和 30，则其公差是（ C ）

A、5　B、4　C、3　D、2

3、已知$x>0, y>0, x, a, b, y$成等差数列，x, c, d, y成等比数列，则$\dfrac{(a+b)^2}{cd}$的最小值是(D)

A、0　B、1　C、2　D、4

4、已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_{10}=10$，其前 10 项和$S_{10}=70$，则其公差是（ D ）

A、$-\dfrac{2}{3}$　B、$-\dfrac{1}{3}$　C、$\dfrac{1}{3}$　D、$\dfrac{2}{3}$

5、等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和S_n，$S_3=9, S_6=36$，则$a_7+a_8+a_9=$（ B ）

A、63　B、45　C、36　D、27

6、设等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若$\dfrac{S_6}{S_3}=3,$则$\dfrac{S_9}{S_6}=$ （ B ）

A．2　B．$\dfrac{7}{3}$　C．$\dfrac{8}{3}$　D．3

7、数列$\{a_n\}$是各项均为正数的等比数列，$\{b_n\}$是等差数列，且 $a_6=b_7$，则有(A)

A．$a_3+a_9\leqslant b_4+b_{10}$　B．$a_3+a_9\geqslant b_4+b_{10}$

C．$a_3+a_9\neq b_4+b_{10}$　D．a_3+a_9与 b_4+b_{10}的大小不确定

8、数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=a_n-a_{n-1}(n\geq 2)$，$a_1=a, a_2=b,$设$S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$，则下列结论正确的是(A)

A．$a_{100}=-a, S_{100}=2b-a$　B．$a_{100}=-b, S_{100}=2b-a$

C．$a_{100}=-b, S_{100}=b-a$　D．$a_{100}=-a, S_{100}=b-a$

9、数列$\{a_n\}$是各项均为正数，其前 n 项和 S_n，若$\{\log_2 a_n\}$是公差为-1 的等差数列，且$S_6=\dfrac{3}{8}$

则$a_1=$（ D ）A、$\dfrac{4}{21}$　B、$\dfrac{6}{31}$　C、$\dfrac{8}{21}$　D、$\dfrac{12}{31}$

10、等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，前 n 项和 S_n，若数列$\{a_n+1\}$也是等比数列，则 S_n=(C)

11、等比数列$\{a_n\}$中，$a_1a_5=16, a_4=8,$则$a_6=$_32____

12、等比数列$\{a_n\}$前 n 项和 S_n，已知 S_1，$2S_2$，$3S_3$成等差数列，则$\{a_n\}$的公比为_1/3___

13、数列$\{a_n\}$中，$a_1=-60$，$a_{n+1}=a_n+3$，那么$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{30}|$=_795____

14、已知数列$\{a_n\}$中，$a_1>0, 3a_8=5a_{13}$，则$\{S_n\}$中的最大项为__S_{20}____

15、等比数列$\{a_n\}$中，已知$a_1=2, a_4=16$

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式　(2)若a_3, a_5分别是等差数列$\{b_n\}$的第 3 项和第 5 项，求$\{b_n\}$的通项公式及前 n 项和 S_n

解：(1)设$\{a_n\}$公比为q，$a_1=2, a_4=16$，故$2q^3=16, q=2, a_n=2^n$

(2)设$\{b_n\}$公差d,

$b_3=a_3=8, b_5=a_5=32$

$b_1+2d=8, b_1+4d=32, b_1=-16, d=12,$

$b_n=12n-28, S_n=6n^2-22n$

16、已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1, a_n=2a_{n-1}+2^n(n\geq 2, n\in N*)$

(1) 求 a_2, a_3 (2)证明：数列 $\{\frac{a_n}{2^n}\}$ 是等差数列

解(1)因 $a_n = 2a_{n-1} + 2^n (n \ge 2, n \in N^*)$ 故 $a_2 = 2a_1 + 2^2 = 6$，$a_3 = 2a_3 + 2^3 = 20$

(2)因 $a_n = 2a_{n-1} + 2^n (n \ge 2, n \in N^*)$

故 $\frac{a_n}{2^n} = \frac{a_{n-1}}{2^{n-1}} + 1, \frac{a_n}{2^n} - \frac{a_{n-1}}{2^{n-1}} = 1, \{\frac{a_n}{2^n}\}$ 是等差数列公差是1

17、数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和记为 S_n，$a_1 = 1, a_{n+1} = 2S_n + 1(n \ge 1)$；

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式(2)等差数列 $\{b_n\}$ 的各项为正数，其前 n 项和为 T_n，且 $T_3 = 15$，又 $a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3$ 成等比数列，求 T_n ①②

解(1)因 $a_{n+1} = 2S_n + 1(n \ge 1)$ 故 $a_n = 2S_{n-1} + 1(n \ge 2)$

相减得 $a_{n+1} - a_n = 2a_n, a_{n+1} = 3a_n (n \ge 2)$,

因 $a_1 = 1$，故 $a_2 = 2S_1 + 1 = 2a_1 + 1 = 3 = 3a_1$

故 $\{a_n\}$ 是等比数列，公比 $q = 3$，首项 $a_1 = 1, a_n = 3^{n-1}$

(2)设 $\{b_n\}$ 公差 d,

$T_3 = 3b_1 + 3d = 15, b_1 + d = 5$①

因 $a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3$ 成等比, 故 $(a_2 + b_2)^2 = (a_1 + b_1)(a_3 + b_3)$

$(3 + b_1 + d)^2 = (1 + b_1)(9 + b_1 + 2d)$②

由①②解得 $\begin{cases} b_1 = 3 \\ d = 2 \end{cases}$ 或 $d = -10$（舍去）, $b_n = 3 + 2(n-1) = 2n + 1$

18、已知公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 为 $a(a \in R)$, 且 $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_4}$ 成等比数列,

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式 (2)对 $n \in N^*$, 试比较 $\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_{2^2}} + \frac{1}{a_{2^3}} + \cdots + \frac{1}{a_{2^n}}$ 与 $\frac{1}{a_1}$ 的大小

解(1)设 $\{a_n\}$ 公差 d, 因 $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_4}$ 成等比，故 $\frac{1}{a_2^{\ 2}} = \frac{1}{a_1 a_4}$

$a_2^{\ 2} = a_1 a_4, (a + d)^2 = a(a + 3d), d^2 = ad, d \ne 0, d = a, a_n = na$

(2) $a_2 = 2a, a_{2^2} = 2^2 a, \cdots, a_{2^n} = 2^n a$

故 $\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_{2^2}} + \frac{1}{a_{2^3}} + \cdots + \frac{1}{a_{2^n}} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{2^2 a} + \frac{1}{2^3 a} + \cdots + \frac{1}{2^n a} = \frac{1}{2a} \times \frac{1 - \frac{1}{2^n}}{\frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{a}(1 - \frac{1}{2^n}) < \frac{1}{a} = \frac{1}{a_1}$, 于是 $\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_{2^2}} + \frac{1}{a_{2^3}} + \cdots + \frac{1}{a_{2^n}} < \frac{1}{a_1}$