

文科立几练习三

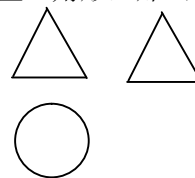
一、选择填空

1、在下列关于直线 l, m 与平面 α, β 的命题中, 真命题是()

- A、若 $l \subset \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $l \perp \alpha$ B、若 $l \perp \beta, \alpha // \beta$, 则 $l \perp \alpha$
C、若 $\alpha \cap \beta = m, l \perp m$, 则 $l // \alpha$ D、若 $l \perp \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $l // \alpha$

2、一个几何体的三视图如右图, 其中主视图和左视图都是边长为 1 的正三角形, 那么这个几何体的侧面积是()

- A、 $\frac{\pi}{2}$ B、 $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ C、 $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$ D、 $\frac{\pi}{4}$



3、在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 若 $AB = \sqrt{2}BB_1$, 则 AB_1 与 C_1B 所成角的大小为()

- A、 $\frac{\pi}{3}$ B、 $\frac{\pi}{2}$ C、 $\frac{7\pi}{12}$ D、 $\frac{5\pi}{12}$

4、长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面是边长为 2 的正方形, 高为 4, 则点 A_1 到截面 AB_1D_1 的距离是()

- A、 $\frac{8}{3}$ B、 $\frac{3}{8}$ C、 $\frac{4}{3}$ D、 $\frac{3}{4}$

5、已知 α, β 是两个不同的平面, m, n 是两条不同的直线, 给出下列命题:

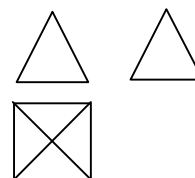
- ①若 $m \perp \alpha, m \subset \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$ ②若 $m \subset \alpha, n \subset \beta, m // \beta, n // \beta$, 则 $\alpha // \beta$
③若 $m \subset \alpha, n \not\subset \alpha, m, n$ 是异面直线, 则 n 与 α 相交
④若 $\alpha \cap \beta = m, n // m$, 且 $n \not\subset \alpha, n \not\subset \beta$, 则 $n // \alpha$ 且 $n // \beta$

其中正确的命题是()

- A、①② B、②③ C、③④ D、①④

6、已知 $M(x, y), A(0, -\frac{1}{2}), B(-1, 0)$ 三点共线, 则 $2^x + 4^y$ 的最小值为()

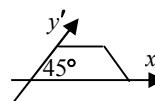
- A、 $2\sqrt{2}$ B、 $\sqrt{2}$ C、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D、无最小值



7、如图是一个空间几何体的主视图, 左视图, 如果主视图, 左视图所对应的三角形都是边长为 2 的正三角形, 俯视图对应的四边形为正方形, 那么这个几何体的体积为_____

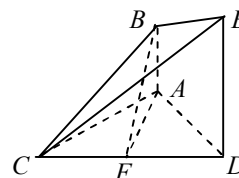
8、表面积为 16π 的球的内接正方体的表面积为_____

9、一梯形的直观图是一个如图所示的等腰梯形, 且该梯形的面积为 $\sqrt{2}$, 则原梯形的面积为_____



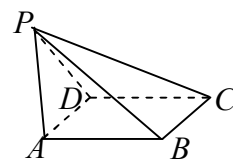
二、解答

10、已知 $AB \perp$ 平面 $ACD, DE \perp$ 平面 $ACD, \triangle ACD$ 为等边三角形, $AD=DE=2AB$, F 为 CD 的中点 (1) 求证: $AF //$ 平面 BCE (2) 求证: 平面 $BCE \perp$ 平面 CDE



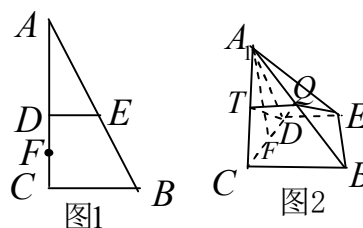
11. 已知四棱锥 $P-ABCD$ ，侧面 PAD 为边长等于 2 的正三角形，底面 $ABCD$ 是菱形， $\angle DAB = 60^\circ$ ：

(1) 证明： $\angle PBC = 90^\circ$ ；(2) 若侧面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$ ，求三棱锥 $C-PBD$



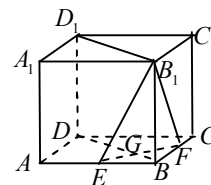
12. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， D, E 分别为 AC, AB 的中点，点 F 为线段 CD 的一点，将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置，使 $A_1F \perp CD$ ，如图 2，

(1) 求证： $DE \parallel$ 平面 ACB (2) 求证： $A_1F \perp BE$ (3) 线段 A_1B 上是否存在点 Q ，使 $A_1C \perp$ 平面 DEQ ？说明理由



13. 如图，正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面边长为 $2\sqrt{2}$ ，侧棱长 4， E, F 分别为 AB, BC 的中点， $EF \cap BD = G$ 。

(1) 求证：平面 $B_1EF \perp$ 平面 BDD_1B_1 (2) 求点 D_1 到平面 B_1EF 的距离 d



文科立几练习三

一、选择填空

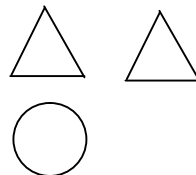
1、在下列关于直线 l, m 与平面 α, β 的命题中，真命题是(B)

A、若 $l \subset \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $l \perp \alpha$ B、若 $l \perp \beta, \alpha // \beta$, 则 $l \perp \alpha$

C、若 $\alpha \cap \beta = m, l \perp m$, 则 $l // \alpha$ D、若 $l \perp \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $l // \alpha$

2、一个几何体的三视图如右图，其中主视图和左视图都是边长为 1 的正三角形，那么这个几何体的侧面积是(A)

A、 $\frac{\pi}{2}$ B、 $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ C、 $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$ D、 $\frac{\pi}{4}$



3、在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，若 $AB = \sqrt{2}BB_1$, 则 AB_1 与 C_1B 所成角的大小为(B)

A、 $\frac{\pi}{3}$ B、 $\frac{\pi}{2}$ C、 $\frac{7\pi}{12}$ D、 $\frac{5\pi}{12}$

4、长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面是边长为 2 的正方形，高为 4，则点 A_1 到截面 AB_1D_1 的距离是(C) A、 $\frac{8}{3}$ B、 $\frac{3}{8}$ C、 $\frac{4}{3}$ D、 $\frac{3}{4}$

5、已知 α, β 是两个不同的平面， m, n 是两条不同的直线，给出下列命题：

①若 $m \perp \alpha, m \subset \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$ ②若 $m \subset \alpha, n \subset \beta, m // \beta, n // \beta$, 则 $\alpha // \beta$

③若 $m \subset \alpha, n \not\subset \alpha, m, n$ 是异面直线，则 n 与 α 相交

④若 $\alpha \cap \beta = m, n // m$, 且 $n \not\subset \alpha, n \not\subset \beta$, 则 $n // \alpha$ 且 $n // \beta$

其中正确的命题是 (D)

A、①② B、②③ C、③④ D、①④

6、已知 $M(x, y), A(0, -\frac{1}{2}), B(-1, 0)$ 三点共线，则 $2^x + 4^y$ 的最小值为(B)

A、 $2\sqrt{2}$ B、 $\sqrt{2}$ C、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D、无最小值

7、如图是一个空间几何体的主视图，左视图，如果主视图，左视图所对应的三角形都是边长为 2 的正三角形，俯视图对应的四边形为正方形，那么这个几何体的体积为 $\frac{4}{3}\sqrt{3}$

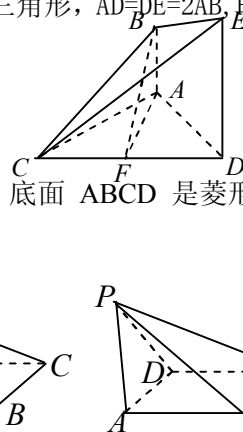
8、表面积为 16π 的球的内接正方体的表面积为 32

9、一梯形的直观图是一个如图所示的等腰梯形，且该梯形的面积为 $\sqrt{2}$ ，则原梯形的面积为 $2\sqrt{2}$

二、解答

11、如图，已知 $AB \perp$ 平面 $ACD, DE \perp$ 平面 $ACD, \triangle ACD$ 为等边三角形， $AD = DE = 2AB$, F 为 CD 的中点

(1) 求证: $AF //$ 平面 BCE (2) 求证: 平面 $BCE \perp$ 平面 CDE

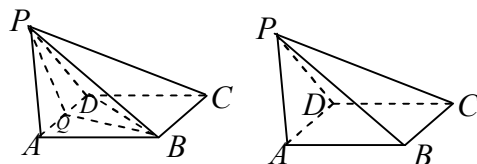


12. 已知四棱锥 $P-ABCD$ ，侧面 PAD 为边长等于 2 的正三角形，底面 $ABCD$ 是菱形，

$\angle DAB = 60^\circ$; 证明: $\angle PBC = 90^\circ$;

若 $PB=3$, 求直线 AB 与平面 PBC 所成角的正弦

(1) 证明: 取 AC 中点 Q , 连 PQ ,

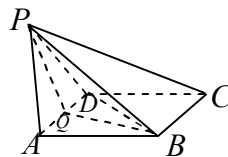


因 $PA=PD$, 故 $AD \perp PQ$,

因底面 $ABCD$ 是菱形, $\angle DAB = 60^\circ$, 故 $AD=AB=BD$

故 $AD \perp BQ$, 又相交, 于是 $AD \perp$ 面 PBQ , $AD \parallel BC$, $BC \perp$ 面 PBQ , $\angle PBC = 90^\circ$

$$(2) V_{C-PBD} = V_{P-BCD} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 1$$



13、在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D, E 分别为 AC, AB 的中点, 点 F 为线段 CD 的一点, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使 $A_1F \perp CD$, 如图 2,

(1) 求证: $DE \parallel$ 平面 ACB (2) 求证: $A_1F \perp BE$ (3) 线段 A_1B 上是否存在点 Q , 使

$A_1C \perp$ 平面 DEQ ? 说明理由

(1) 证明: 在图 1 中 D, E 分别为 AC, AB 的中点
于是 $DE \parallel CB$, 在图 2 中也成立

在图 2 中, $DE \not\subset$ 面 ACB , $BC \subset$ 面 ACB

于是 $DE \parallel$ 平面 ACB

(2) 证明: 在如图 1 中, $\angle C = 90^\circ$, $DE \parallel CB$

于是 $DE \perp AC$, $DE \perp DC$ 在图 2 中也成立

在图 2 中 $A_1D \cap DC = D$, 故 $DE \perp$ 面 ACD , 又 $A_1F \subset$ 面 ACD

于是 $DE \perp A_1F$, 又 $A_1F \perp CD$, $DE \cap DC = D$

故 $A_1F \perp$ 面 $BCDE$, 因 $BE \subset$ 面 $BCDE$, 故 $A_1F \perp BE$

(3) 存在点 Q , 使 $A_1C \perp$ 平面 DEQ , 下面证明

取 AB 的中点 Q, AC 的中点 T , 连 DT, TQ

则 $TQ \parallel \frac{1}{2}BC$, 又 $DE \parallel \frac{1}{2}BC$ 于是 $TQED$ 是平行四边形, 故 $TD \parallel QE$

由 $A_1D=DC$ 得 $TD \perp A_1C$, $TD \parallel QE$, 故 $QE \perp A_1C$, 又 $DE \perp A_1C$

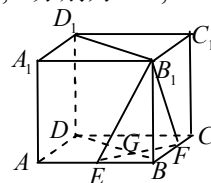
$QE \cap DE = E$, 于是 $A_1C \perp$ 平面 DEQ

14、如图, 正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面边长为 $2\sqrt{2}$, 侧棱长 4, E, F 分别为 AB, BC 的中点, $EF \cap BD = G$.

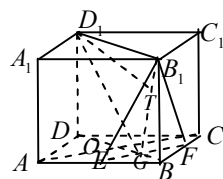
(1) 求证: 平面 $B_1EF \perp$ 平面 BDD_1B_1 (2) 求点 D_1 到平面 B_1EF 的距离 d

(1) 证明: 连 AC , 则 $AC \perp BD$

因 E, F 分别为 AB, BC 的中点, 故 $EF \perp BD$



$\because B_1B \perp \text{平面} ABCD, EF \subset \text{平面} ABCD$
 $\therefore B_1B \perp EF, \because B_1B \cap BD = B$
 $\therefore EF \perp \text{平面} BDD_1B_1, \because EF \subset \text{平面} B_1EF$
 $\therefore \text{平面} B_1EF \perp \text{平面} BDD_1B_1$



(2) 在面 BDD_1B_1 内作 $D_1T \perp BG$ 于 T , 则 $D_1T \perp \text{平面} B_1EF$

于是 $d = D_1T$, 因底面边长为 $2\sqrt{2}$, 于是 $B_1D_1 = 4, GB = 1, B_1G = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$

$$S_{\Delta D_1GB_1} = \frac{1}{2} B_1G \times h = \frac{\sqrt{17}}{2} h, S_{\Delta D_1GB_1} = \frac{1}{2} B_1D_1 \times B_1B = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8, \frac{\sqrt{17}}{2} h = 8, h = \frac{16}{\sqrt{17}} \sqrt{17}$$