直线与圆练习（廖老师出题）

1．知直线 l_1 的方向向量为 $\boldsymbol{a}=(1,3)$，直线 l_2 的方向向量为 $\boldsymbol{b}=(-1，k)$．若直线 l_2 经过点$(0,5)$且 $l_1\perp l_2$，则直线 l_2 的方程为(　　)

A．$x+3y-5=0$　　B．$x+3y-15=0$

C．$x-3y+5=0$　　D．$x-3y+15=0$

2、程 $x^2+y^2+4mx-2y+5m=0$ 表示圆的充要条件是(　　)

A.$\frac{1}{4}<m<1$　　B．$m<\frac{1}{4}$或 $m>1$　C．$m<\frac{1}{4}$　　D．$m>1$

3．点$(a，b)$关于直线 $x+y+1=0$ 的对称点是(　　)

A．$(-a-1，-b-1)$　　B．$(-b-1，-a-1)$　C．$(-a，-b)$　D．$(-b，-a)$

4．圆心在 y 轴上，半径为 1，且过点$(1,2)$的圆的方程为(　　)

A．$x^2+(y-2)^2=1$　　B．$x^2+(y+2)^2=1$

C．$(x-1)^2+(y-3)^2=1$　　D．$x^2+(y-3)^2=1$

5、若圆 C 的半径为 1，圆心在第一象限，且与直线 $4x-3y=0$ 和 x 轴都相切，则该圆的标准方程是(　　)

A．$(x-3)^2+\left(y-\frac{7}{3}\right)^2=1$　　B．$(x-2)^2+(y-1)^2=1$

C．$(x-1)^2+(y-3)^2=1$　　D.$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+(y-1)^2=1$

6、若直线 l：$ax+by+4=0(a>0，b>0)$始终平分圆 C：$x^2+y^2+8x+2y+1=0$，则 ab 的最大值为(　　)　　A．4　　B．2　　C．1　　D.$\frac{1}{4}$

7．由直线 $y=x+2$ 上的点 P 向圆 C：$(x-4)^2+(y+2)^2=1$ 引切线 PT(T 为切点)，当$|PT|$最小时，点 P 的坐标是(　　)

A．$(-1,1)$　　B．$(0,2)$　　C．$(-2,0)$　　D．$(1,3)$

8、直线 $y=kx+3$ 与圆$(x-2)^2+(y-3)^2=4$ 相交于 $M，N$ 两点，若$|MN|\geqslant 2\sqrt{3}$，则 k 的取值范围是(　　)　A.$\left[-\frac{3}{4}，0\right]$　　B.$\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}，\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$　C．$[-\sqrt{3}，\sqrt{3}]$　　D.$\left[-\frac{2}{3}，0\right]$

9、若圆 $x^2+y^2=r^2(r>0)$上仅有 4 个点到直线 $x-y-2=0$ 的距离为 1，则实数 r 的取值范围为(　　)

A．$(\sqrt{2}+1，+\infty)$　　B．$(\sqrt{2}-1, \sqrt{2}+1)$　C．$(0, \sqrt{2}-1)$　　D．$(0, \sqrt{2}+1)$

10、设 $m，n\in\mathbf{R}$，若直线$(m+1)x+(n+1)y-2=0$ 与圆$(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 相切，则 $m+n$ 的取值范围是(　　)

A．$[1-\sqrt{3}，1+\sqrt{3}]$　　B．$(-\infty，1-\sqrt{3}]\cup[1+\sqrt{3}，+\infty)$

C．$[2-2\sqrt{2}，2+2\sqrt{2}]$　　D．$(-\infty，2-2\sqrt{2}]\cup[2+2\sqrt{2}，+\infty)$

11、点（x,y）在圆 C：$(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 上移动，则 x^2+y^2 的最小值为________.

12、若两平行直线 $3x-2y-1=0$,$6x+ay+c=0$ 之间的距离为$\frac{2\sqrt{13}}{13}$，则 c 的值是________.

13、已知点 $P(x，y)$是直线 $kx+y+4=0(k>0)$上一动点，PA，PB 是圆 C：$x^2+y^2-2y=0$ 的两条切线，A，B 是切点，若四边形 $PACB$ 的最小面积是 2，则 k 的值为_______.

14．过圆 $x^2+y^2=1$ 上一点作圆的切线与 x 轴，y 轴的正半轴交于 A，B 两点，则$|AB|$的最小值为______

15、过直线 $x+y-2\sqrt{2}=0$ 上点 P 作圆 $x^2+y^2=1$ 的两条切线，若两条切线的夹角是 60°，则点 P 的坐标是________.

16、已知关于 x，y 的方程 C：$x^2+y^2-2x-4y+m=0$.

(1)当 m 为何值时，方程 C 表示圆；

(2)在(1)的条件下，若圆 C 与直线 l：$x+2y-4=0$ 相交于 M、N 两点，且$|MN|=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，求 m 的值.

17．已知以点 P 为圆心的圆经过点 $A(-1,0)$和 $B(3,4)$，线段 AB 的垂直平分线交圆 P 于点 C 和 D，且$|CD|=4\sqrt{10}$.

(1)求直线 CD 的方程；　　(2)求圆 P 的方程.

18、已知$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1(a>0，b>0)$，求点$(0，b)$到直线$x-2y-a=0$的距离的最小值．

19、已知⊙M：$x^2+(y-2)^2=1$，Q是x轴上的动点，QA，QB分别切⊙M于A，B两点．

(1)若$|AB|=\frac{4\sqrt{2}}{3}$，求$|MQ|$及直线MQ的方程；

(2)求证：直线AB恒过定点．

20、已知圆 M 过两点 $C(1，-1)$，$D(-1,1)$，且圆心 M 在 $x+y-2=0$ 上.

(1)求圆 M 的方程；

(2)设 P 是直线 $3x+4y+8=0$ 上的动点，PA、PB 是圆 M 的两条切线，A，B 为切点，求四边形 $PAMB$ 面积的最小值.

1．知直线 l_1 的方向向量为 $\boldsymbol{a}=(1,3)$，直线 l_2 的方向向量为 $\boldsymbol{b}=(-1，k)$．若直线 l_2 经过点(0,5)且 $l_1\perp l_2$，则直线 l_2 的方程为(　B　)

A．$x+3y-5=0$　B．$x+3y-15=0$　C．$x-3y+5=0$ D．$x-3y+15=0$

解析：选 B　∵$kl_1=3$，$kl_2=-k$，$l_1\perp l_2$，

∴$k=\frac{1}{3}$，l_2 的方程为 $y=-\frac{1}{3}x+5$，即 $x+3y-15=0$.

2、程 $x^2+y^2+4mx-2y+5m=0$ 表示圆的充要条件是(　B　)

A.$\frac{1}{4}<m<1$　　B．$m<\frac{1}{4}$或 $m>1$　　C．$m<\frac{1}{4}$　　D．$m>1$

解析：选 B　由$(4m)^2+4-4\times5m>0$ 得 $m<\frac{1}{4}$或 $m>1$.

3．点$(a，b)$关于直线 $x+y+1=0$ 的对称点是(　B　)

A．$(-a-1，-b-1)$　　　　B．$(-b-1，-a-1)$

C．$(-a，-b)$　　　　D．$(-b，-a)$

解：选 B　设对称点为$(x'，y')$，则

$\begin{cases}\frac{y'-b}{x'-a}\times(-1)=-1,\\ \frac{x'+a}{2}+\frac{y'+b}{2}+1=0,\end{cases}$ 解得 $x'=-b-1$，$y'=-a-1$.

4．圆心在 y 轴上，半径为 1，且过点(1,2)的圆的方程为(　A)

A．$x^2+(y-2)^2=1$　　B．$x^2+(y+2)^2=1$　C．$(x-1)^2+(y-3)^2=1$　D. $x^2+(y-3)^2=1$

解：选 A　设圆心坐标为$(0，b)$，则由题意知$\sqrt{(0-1)^2+(b-2)^2}=1$，解得 $b=2$，故圆的方程为 $x^2+(y-2)^2=1$.

5、若圆 C 的半径为 1，圆心在第一象限，且与直线 $4x-3y=0$ 和 x 轴都相切，则该圆的标准方程是(　B　)

A．$(x-3)^2+\left(y-\frac{7}{3}\right)^2=1$　　　　B．$(x-2)^2+(y-1)^2=1$

C．$(x-1)^2+(y-3)^2=1$　　　　D.$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+(y-1)^2=1$

解析：选 B　依题意设圆心 $C(a,1)(a>0)$，由圆 C 与直线 $4x-3y=0$ 相切，得$\frac{|4a-3|}{5}=1$，解得 $a=2$，则圆 C 的标准方程是$(x-2)^2+(y-1)^2=1$.

6、若直线 l：$ax+by+4=0(a>0，b>0)$始终平分圆 C：$x^2+y^2+8x+2y+1=0$，则 ab 的最大值为(　C　)

A．4　　　B．2　　C．1　　　D.$\frac{1}{4}$

解：选 C　圆 C 的圆心坐标为$(-4，-1)$，则有 $-4a-b+4=0$，即 $4a+b=4$.

所以 $ab=\frac{1}{4}(4a\cdot b)\leqslant\frac{1}{4}\left(\frac{4a+b}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\times\left(\frac{4}{2}\right)^2=1$.

当且仅当 $a=\dfrac{1}{2}$，$b=2$ 取得等号.

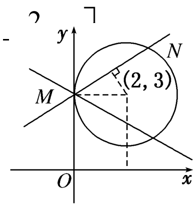
7．由直线 $y=x+2$ 上的点 P 向圆 C：$(x-4)^2+(y+2)^2=1$ 引切线 PT(T 为切点)，当$|PT|$最小时，点 P 的坐标是(　B　)

A．$(-1,1)$　B．$(0,2)$　　C．$(-2,0)$　D．$(1,3)$

解析：选 B　根据切线长、圆的半径和圆心到点 P 的距离的关系，可知$|PT|=\sqrt{|PC|^2-1}$，故$|PT|$最小时，即$|PC|$最小，此时 PC 垂直于直线 $y=x+2$，则直线 PC 的方程为

$y+2=-(x-4)$，即 $y=-x+2$，联立方程$\begin{cases}y=x+2,\\ y=-x+2,\end{cases}$ 解得点 P 的坐标为$(0,2)$.

8、直线 $y=kx+3$ 与圆$(x-2)^2+(y-3)^2=4$ 相交于 M，N 两点，若$|MN|\geqslant 2\sqrt{3}$，则 k 的取值范围是(　　)　A.$\left[-\dfrac{3}{4},\ 0\right]$　　B.$\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\ \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right]$　C．$[-\sqrt{3},\ \sqrt{3}]$　　D.[-

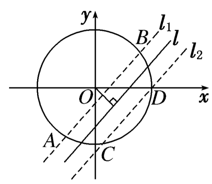


解：选 B 如图，设圆心 $C(2,3)$到直线 $y=kx+3$ 的距离为 d，若$|MN|\geqslant 2\sqrt{3}$，则 $d^2=r^2-\left(\dfrac{1}{2}|MN|\right)^2\leqslant 4-3=1$，即$\dfrac{|2k|^2}{1+k^2}\leqslant 1$，解得$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\leqslant k\leqslant \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

9、若圆 $x^2+y^2=r^2(r>0)$上仅有 4 个点到直线 $x-y-2=0$ 的距离为 1，则实数 r 的取值范围为(　A)

A．$(\sqrt{2}+1,\ +\infty)$　　B．$(\sqrt{2}-1,\ \sqrt{2}+1)$　C．$(0,\ \sqrt{2}-1)$　D．$(0,\ \sqrt{2}+1)$

解：选 A　计算得圆心到直线 l 的距离为$\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}>1$，如图.



直线 l：$x-y-2=0$ 与圆相交，l_1，l_2 与 l 平行，且与直线 l 的距离为 1，故可以看出，圆的半径应该大于圆心到直线 l_2 的距离 $\sqrt{2}+1$.

10、设 m，$n\in\mathbf{R}$，若直线$(m+1)x+(n+1)y-2=0$ 与圆$(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 相切，则 $m+n$ 的取值范围是(　D　)

A．$[1-\sqrt{3},\ 1+\sqrt{3}\ ]$　B．$(-\infty,\ 1-\sqrt{3}\ ]\cup[1+\sqrt{3},\ +\infty)$

C．$[2-2\sqrt{2},\ 2+2\sqrt{2}\ ]$　　D．$(-\infty,\ 2-2\sqrt{2}\ ]\cup[2+2\sqrt{2},\ +\infty)$

解：圆心$(1,1)$到直线$(m+1)x+(n+1)y-2=0$ 的距离为$\dfrac{|m+n|}{\sqrt{(m+1)^2+(n+1)^2}}=1$，

所以 $m+n+1=mn\leqslant\dfrac{1}{4}(m+n)^2$，整理得$[(m+n)-2]^2-8\geqslant 0$，

解得 $m+n\geqslant 2+2\sqrt{2}$或 $m+n\leqslant 2-2\sqrt{2}$.

11、点（x,y）在圆 C：$(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 上移动，则 x^2+y^2 的最小值为__$3-2\sqrt{2}$______.

12、若两平行直线 $3x-2y-1=0$,$6x+ay+c=0$ 之间的距离为$\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$,则 c 的值是_2 或-6___.

解：由题意得$\dfrac{6}{3}=\dfrac{a}{-2}\neq\dfrac{c}{-1}$，得 $a=-4$，$c\neq-2$，则 $6x+ay+c=0$ 可化为 $3x-2y+\dfrac{c}{2}=0$，

则$\dfrac{\left|\dfrac{c}{2}+1\right|}{\sqrt{13}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$，解得$c=2$或$-6$. **答案：**2或－6

13、已知点$P(x，y)$是直线$kx+y+4=0(k>0)$上一动点，PA，PB是圆C：$x^2+y^2-2y=0$的两条切线，A，B是切点，若四边形$PACB$的最小面积是2，则k的值为__2.__

解：圆心$C(0,1)$到l的距离$d=\dfrac{5}{\sqrt{k^2+1}}$，所以四边形面积的最小值为$2\times\left(\dfrac{1}{2}\times1\times\sqrt{d^2-1}\right)=2$，

解得$k^2=4$，即$k=\pm2$. 又$k>0$，即$k=2$.

14、过圆$x^2+y^2=1$上一点作圆的切线与x轴，y轴的正半轴交于A，B两点，则$|AB|$的最小值为____2

解 1：设圆上的点为$(x_0，y_0)$，其中$x_0>0$，$y_0>0$，则切线方程为$x_0x+y_0y=1$.分别令$x=0$，$y=0$得$A\left(\dfrac{1}{x_0}，0\right)$，$B\left(0，\dfrac{1}{y_0}\right)$，则$|AB|=\sqrt{\left(\dfrac{1}{x_0}\right)^2+\left(\dfrac{1}{y_0}\right)^2}=\dfrac{1}{x_0y_0}\geqslant\dfrac{1}{\dfrac{x_0^2+y_0^2}{2}}=2$.当且仅当$x_0=y_0$时，等号成立.

解 2：$l=ab,l^2=a^2+b^2\geq 2ab=2l,l\geq 2$

15、过直线$x+y-2\sqrt{2}=0$上点P作圆$x^2+y^2=1$的两条切线，若两条切线的夹角是60°，则点P的坐标是________. $(\sqrt{2}，\sqrt{2})$

解：∵点P在直线$x+y-2\sqrt{2}=0$上，∴可设点$P(x_0，-x_0+2\sqrt{2})$，且其中一个切点为M. ∵两条切线的夹角为60°，∴$\angle OPM=30°$.故在Rt△OPM中，有$OP=2OM=2$.由两点间的距离公式得$OP=\sqrt{x_0^2+(-x_0+2\sqrt{2})^2}=2$，解得$x_0=\sqrt{2}$.故点$P$的坐标是$(\sqrt{2}，\sqrt{2})$.

16、已知关于x，y的方程C：$x^2+y^2-2x-4y+m=0$.

(1)当m为何值时，方程C表示圆；

(2)在(1)的条件下，若圆C与直线l：$x+2y-4=0$相交于M、N两点，且$|MN|=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$，求$m$的值.

解：(1)方程C可化为$(x-1)^2+(y-2)^2=5-m$，$5-m>0$，即$m<5$时方程C表示圆.

(2)因为圆C的方程为$(x-1)^2+(y-2)^2=5-m$，其中$m<5$，所以圆心$C(1,2)$，

半径$r=\sqrt{5-m}$，

则圆心$C(1,2)$到直线l: $x+2y-4=0$的距离为$d=\dfrac{|1+2\times2-4|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，

因为$|MN|=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$，所以$\dfrac{1}{2}|MN|=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，所以$5-m=\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)^2+\left(\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2$，解得$m=4$.

17．已知以点P为圆心的圆经过点$A(-1,0)$和$B(3,4)$，线段AB的垂直平分线交圆P于点C和D，且$|CD|=4\sqrt{10}$.

(1)求直线CD的方程；(2)求圆P的方程.

解：(1)直线 AB 的斜率 $k=1$，AB 的中点坐标为(1,2).

则直线 CD 的方程为 $y-2=-(x-1)$，即 $x+y-3=0$.

(2)设圆心 $P(a，b)$，则由 P 在 CD 上得 $a+b-3=0$.①

又∵直径 $|CD|=4\sqrt{10}$，∴$|PA|=2\sqrt{10}$，

∴$(a+1)^2+b^2=40$.②

由①②解得 $\begin{cases}a=-3,\\ b=6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=5,\\ b=-2.\end{cases}$ ∴圆心 $P(-3,6)$ 或 $P(5，-2)$.

∴圆 P 的方程为 $(x+3)^2+(y-6)^2=40$ 或 $(x-5)^2+(y+2)^2=40$.

18、已知 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1(a>0，b>0)$，求点 $(0，b)$ 到直线 $x-2y-a=0$ 的距离的最小值．

解：点 $(0，b)$ 到直线 $x-2y-a=0$ 的距离为 $d=\frac{a+2b}{\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}(a+2b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=\frac{1}{\sqrt{5}}\left(3+\frac{2b}{a}+\frac{a}{b}\right)$

$\geqslant\frac{1}{\sqrt{5}}(3+2\sqrt{2})=\frac{3\sqrt{5}+2\sqrt{10}}{5}$，当且仅当 $a^2=2b^2$，$a+b=ab$，即 $a=1+\sqrt{2}$，$b=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ 时取等

19、已知⊙M：$x^2+(y-2)^2=1$，Q 是 x 轴上的动点，QA，QB 分别切⊙M 于 A，B 两点．

(1)若 $|AB|=\frac{4\sqrt{2}}{3}$，求 $|MQ|$ 及直线 MQ 的方程； (2)求证：直线 AB 恒过定点．

解：(1)设直线 MQ 交 AB 于点 P，则 $|AP|=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，又 $|AM|=1$，$AP\perp MQ$，$AM\perp AQ$，

得 $|MP|=\sqrt{1^2-\frac{8}{9}}=\frac{1}{3}$，又∵$|MQ|=\frac{|MA|^2}{|MP|}$，∴$|MQ|=3$.

设 $Q(x,0)$，而点 $M(0,2)$，由 $\sqrt{x^2+2^2}=3$，得 $x=\pm\sqrt{5}$，

则 Q 点的坐标为 $(\sqrt{5}，0)$ 或 $(-\sqrt{5}，0)$.

从而直线 MQ 的方程为 $2x+\sqrt{5}y-2\sqrt{5}=0$ 或 $2x-\sqrt{5}y+2\sqrt{5}=0$.

(2)证明：设点 $Q(q,0)$，由几何性质，可知 A，B 两点在以 QM 为直径的圆上，此圆的方程为 $x(x-q)+y(y-2)=0$，而线段 AB 是此圆与已知圆的公共弦，相减可得 AB 的方程为

$qx-2y+3=0$，所以直线 AB 恒过定点 $\left(0，\frac{3}{2}\right)$.

20、已知圆 M 过两点 $C(1，-1)$，$D(-1,1)$，且圆心 M 在 $x+y-2=0$ 上．

(1)求圆 M 的方程；

(2)设 P 是直线 $3x+4y+8=0$ 上的动点，PA、PB 是圆 M 的两条切线，A，B 为切点，求四边形 $PAMB$ 面积的最小值．

解：(1)设圆 M 的方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2(r>0)$.

根据题意，得$\begin{cases}(1-a)^2+(-1-b)^2=r^2,\\(-1-a)^2+(1-b)^2=r^2,\\a+b-2=0.\end{cases}$

解得 $a=b=1$，$r=2$，

故所求圆 M 的方程为$(x-1)^2+(y-1)^2=4$.

解 2：设圆 M 的方程为 x^2+y^2+Dx+Ey+F = 0.

则$\begin{cases}-\dfrac{D}{2}-\dfrac{E}{2}-2=0\\2+D-E+F=0\\2-D+E+F=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}D=-2\\E=-2\\F=-2\end{cases}$, $x^2+y^2-2x-2y-2=0$

(2)因为四边形 $PAMB$ 的面积 $S=\frac{1}{2}|AM|\cdot|PA|\times 2=AM|\cdot|PA|$

又$|AM=2$，$|PA|=\sqrt{|PM|^2-|AM|^2}=\sqrt{|PM|^2-4}$，

即 $S=2\sqrt{|PM|^2-4}$.,因此要求 S 的最小值，只需求$|PM|$的最小值即可，

即在直线 $3x+4y+8=0$ 上找一点 P，使得$|PM|$的值最小，

所以$|PM|_{\min}=\dfrac{|3\times 1+4\times 1+8|}{\sqrt{3^2+4^2}}=3$，所以四边形 $PAMB$ 面积的最小值为 $S=2\sqrt{|PM|_{\min}^2-4}$

$=2\sqrt{3^2-4}=2\sqrt{5}$.