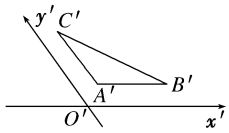
# 立几练习一（廖老师出题）

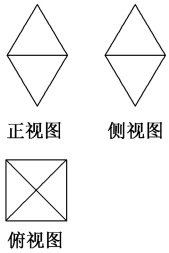
1、如图△$A'B'C'$是△$ABC$的直观图，那么△$ABC$是(　　)




A．等腰三角形　B．直角三角形　C．等腰直角三角形

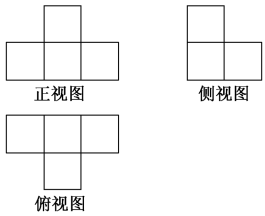
D．钝角三角形

2、如图是某宝石饰物的三视图，已知该饰物的正视图、侧视图都是面积为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，且一个内角为60°的菱形，俯视图为正方形，那么该饰物的表面积为(　　)



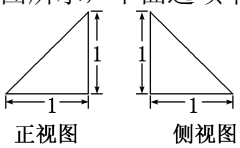

A.$\sqrt{3}$　　B．$2\sqrt{3}$　　C．$4\sqrt{3}$　　D．4

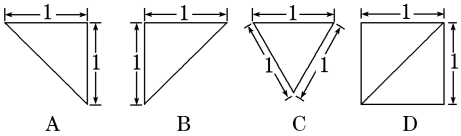
3、用若干个大小相同，棱长为1的正方体摆成一个立体模型，其三视图如图所示，则此立体模型的表面积为(　　)




A．24　　B．23　C．22　　D．21

4．一个锥体的正视图和侧视图如图所示，下面选项中，不可能是该锥体的俯视图的是(　　)




5、有下列四个命题：

①底面是矩形的平行六面体是长方体；

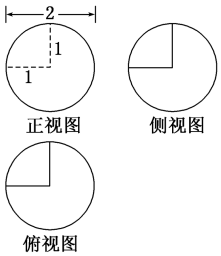
②棱长相等的直四棱柱是正方体；

③有两条侧棱都垂直于底面一边的平行六面体是直平行六面体；

④对角线相等的平行六面体是直平行六面体.

其中真命题的个数是(　　)　A．1　　B．2　　C．3　　D．4

6、如图是一个几何体的三视图，则它的表面积为(　　)




A．4π　　B.$\frac{15}{4}$π　C．5π　　D.$\frac{17}{4}$π

7、设$l$是直线，$\alpha$，$\beta$是两个不同的平面(　　)

A．若$l\parallel\alpha$，$l\parallel\beta$，则$\alpha\parallel\beta$　　B．若$l\parallel\alpha$，$l\perp\beta$，则$\alpha\perp\beta$

C．若$\alpha\perp\beta$，$l\perp\alpha$，则$l\perp\beta$　　D．若$\alpha\perp\beta$，$l\parallel\alpha$，则$l\perp\beta$

8、已知直线$m\perp$平面$\alpha$，直线$n\subset$平面$\beta$，则下列命题正确的是(　　)

A．若$n\parallel\alpha$则$\alpha\parallel\beta$　B．若$\alpha\perp\beta$，则$m\parallel n$　C．若$m\perp n$，则$\alpha\parallel\beta$　D．若$\alpha\parallel\beta$，则$m\perp n$

9、在空间内，设$l$，$m$，$n$是三条不同的直线，$\alpha$，$\beta$，$\gamma$是三个不同的平面，则下列命题中为假命题的是(　　)

A．$\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，$\alpha\cap\beta=l$，则$l\perp\gamma$　　B．$l\parallel\alpha$，$l\parallel\beta$，$\alpha\cap\beta=m$，则$l\parallel m$

C．$\alpha\cap\beta=l$，$\beta\cap\gamma=m$，$\gamma\cap\alpha=n$，$l\parallel m$，则$l\parallel n$　　D．$\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则$\alpha\perp\beta$或$\alpha\parallel\beta$

10、给出命题：(1)在空间里，垂直于同一平面的两个平面平行；

(2)设 $l$，$m$ 是不同的直线，$\alpha$ 是一个平面，若 $l\perp\alpha$，$l/\!/m$，则 $m\perp\alpha$；

(3)已知 $\alpha$，$\beta$ 表示两个不同平面，$m$ 为平面 $\alpha$ 内的一条直线，则“$\alpha\perp\beta$”是“$m\perp\beta$”的充要条件；

(4)$a$，$b$ 是两条异面直线，$P$ 为空间一点，过 $P$ 总可以作一个平面与 $a$，$b$ 之一垂直，与另一个平行．　其中正确命题个数是(　　)　A．0　B．1　C．2　D．3

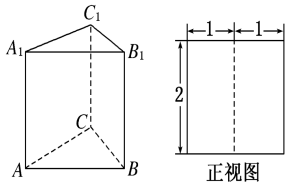
11、如图，正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各棱长均为 2，其正视图如图所示，则此三棱柱侧视图的面积为_____

12、一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为_____.

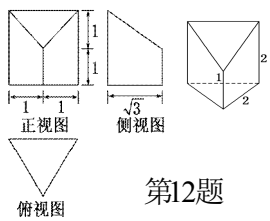
13、几何体的三视图为：其体积为_____.

14、如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，

$E$ 为线段 $B_1C$ 上的一点，则三棱锥 $A-DED_1$ 的体积为_____.

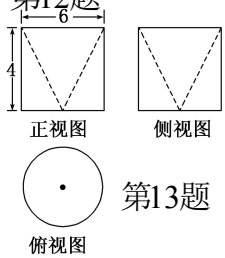



第11题

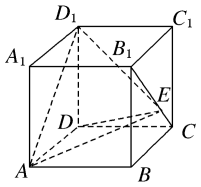



第12题

第12题




第13题

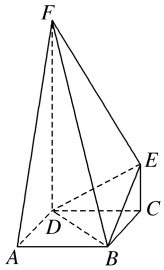



第14题

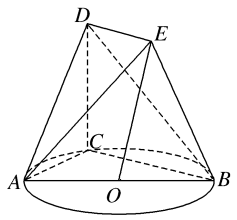
15、如图，$FD$ 垂直于矩形 $ABCD$ 所在平面，$CE/\!/DF$，$\angle DEF=90°$.

(1)求证：$BE/\!/$平面 $ADF$；

(2)若矩形 $ABCD$ 的一边 $AB=\sqrt{3}$，$EF=2\sqrt{3}$，则另一边 $BC$ 的长为何值时，三棱锥 $F-BDE$ 的体积为$\sqrt{3}$？



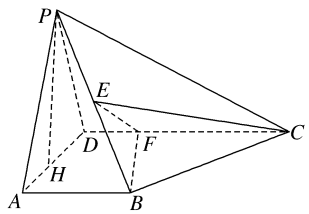
16、如图，点 $C$ 是以 $AB$ 为直径的圆上一点，直角梯形 $BCDE$ 所在平面与圆 $O$ 所在平面垂直，且 $DE\parallel BC$，$DC\perp BC$，$DE=\frac{1}{2}BC=2$，$AC=CD=3$.




(1)证明：$EO\parallel$ 平面 $ACD$；(2)证明：平面 $ACD\perp$ 平面 $BCDE$；

(3)求三棱锥 $E-ABD$ 的体积.

17、如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AB\perp$ 平面 $PAD$，$AB\parallel CD$，$PD=AD$，$E$ 是 $PB$ 的中点，$F$ 是 $DC$ 上的点且 $DF=\frac{1}{2}AB$，$PH$ 为 $\triangle PAD$ 中 $AD$ 边上的高.



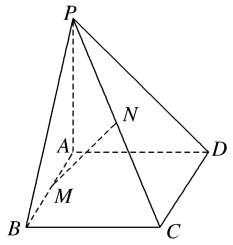

(1)证明：$PH\perp$ 平面 $ABCD$；

(2)若 $PH=1$，$AD=\sqrt{2}$，$FC=1$，求三棱锥 $E-BCF$ 的体积；

18、如图所示，已知 $PA\perp$矩形 $ABCD$ 所在平面，$M$，$N$ 分别是 $AB$，$PC$ 的中点．

(1)求证：$MN\perp CD$；

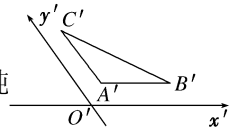
(2)若$\angle PDA=45°$，求证：$MN\perp$平面 $PCD$.



# 立几练习一（廖老师出题）

1、如图△$A'B'C'$是△$ABC$的直观图，那么△$ABC$是(　B　)

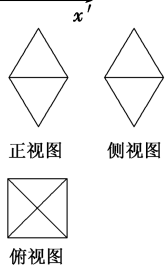
A．等腰三角形　B．直角三角形　C．等腰直角三角形　D．钝




**解**：由斜二测画法知 B 正确.

2、如图是某宝石饰物的三视图，已知该饰物的正视图、侧视图都是面积为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，且一个内角为 60°的菱形，俯视图为正方形，那么该饰物的表面积为( D )

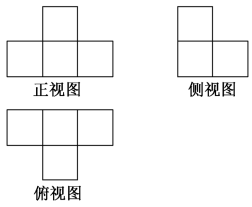
A.$\sqrt{3}$　　B．$2\sqrt{3}$　　C．$4\sqrt{3}$　　D．4




**解**：该饰物是由两个完全相同的正四棱锥对接而成，正四棱锥的底面边长和侧面上的高均等于菱形的边长，该物的表面积为 $8\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=4$.

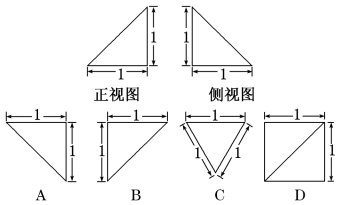
3、用若干个大小相同，棱长为 1 的正方体摆成一个立体模型，其三视图如图所示，则此立体模型的表面积为(C　)

A．24　　B．23　C．22　　D．21




**解**：这个空间几何体是由两部分组成的，下半部分为四个小正方体，上半部分为一个小正方体，表面积为 22.

4．一个锥体的正视图和侧视图如图所示，下面选项中，不可能是该锥体的俯视图的是(　C　)




**解**：　C 选项不符合三视图中“宽相等”的要求

5、有下列四个命题：

①底面是矩形的平行六面体是长方体；

②棱长相等的直四棱柱是正方体；

③有两条侧棱都垂直于底面一边的平行六面体是直平行六面体；

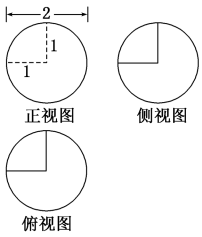
④对角线相等的平行六面体是直平行六面体.

其中真命题的个数是( A ) A．1　B．2　C．3　D．4

**解**：命题①不是真命题，因为底面是矩形，但侧棱不垂直于底面的平行六面体不是长方体；命题②不是真命题，因为底面是菱形(非正方形)，底面边长与侧棱长相等的直四棱柱不是正方体；命题③也不是真命题，因为有两条侧棱都垂直于底面一边不能推出侧棱与底面垂直；命题④是真命题，由对角线相等，可知平行六面体的对角面是矩形，从而推得侧棱与底面垂直，故平行六面体是直平行六面体.

6、如图是一个几何体的三视图，则它的表面积为(　D　)

A．4π　　B.$\frac{15}{4}\pi$　C．5π　　D.$\frac{17}{4}\pi$




**解**：由三视图可知该几何体是半径为 1 的球被挖出了$\frac{1}{8}$部分得到的几何体，故表面积为$\frac{7}{8}\cdot4\pi\cdot1^2+3\cdot\frac{1}{4}\cdot\pi\cdot1^2=\frac{17}{4}\pi$.

7、设 $l$ 是直线，$\alpha$，$\beta$ 是两个不同的平面(　B　)

A．若 $l/\!/\alpha$，$l/\!/\beta$，则 $\alpha/\!/\beta$　　B．若 $l/\!/\alpha$，$l\perp\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

C．若 $\alpha\perp\beta$，$l\perp\alpha$，则 $l\perp\beta$　　D．若 $\alpha\perp\beta$，$l/\!/\alpha$，则 $l\perp\beta$

8、已知直线 $m\perp$平面 $\alpha$，直线 $n\subset$平面 $\beta$，则下列命题正确的是(　　)

A．若 $n/\!/\alpha$ 则 $\alpha/\!/\beta$　B．若 $\alpha\perp\beta$，则 $m/\!/n$　C．若 $m\perp n$，则 $\alpha/\!/\beta$　D．若 $\alpha/\!/\beta$，则 $m\perp n$

**解**：选 D　由 $m\perp\alpha$，$\alpha/\!/\beta$，$n\subset\beta\Rightarrow m\perp n$.

9、在空间内，设 $l$，$m$，$n$ 是三条不同的直线，$\alpha$，$\beta$，$\gamma$ 是三个不同的平面，则下列命题中为假命题的是(　D　)

A．$\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，$\alpha\cap\beta=l$，则 $l\perp\gamma$　B．$l/\!/\alpha$，$l/\!/\beta$，$\alpha\cap\beta=m$，则 $l/\!/m$

C．$\alpha\cap\beta=l$，$\beta\cap\gamma=m$，$\gamma\cap\alpha=n$，$l/\!/m$，则 $l/\!/n$　D．$\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则 $\alpha\perp\beta$ 或 $\alpha/\!/\beta$

10、给出命题：(1)在空间里，垂直于同一平面的两个平面平行；

(2)设 $l$，$m$ 是不同的直线，$\alpha$ 是一个平面，若 $l\perp\alpha$，$l/\!/m$，则 $m\perp\alpha$；

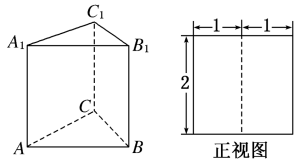
(3)已知 $\alpha$，$\beta$ 表示两个不同平面，$m$ 为平面 $\alpha$ 内的一条直线，则“$\alpha\perp\beta$”是“$m\perp\beta$”的充要

条件；(4)$a$，$b$ 是两条异面直线，$P$ 为空间一点，过 $P$ 总可以作一个平面与 $a$，$b$ 之一垂直，与另一个平行．其中正确命题个数是(　　)A．0　B．1C．2　D．3

**解**：选 B　(1)错，也可能相交；(2)正确；(3)“$\alpha\perp\beta$”是“$m\perp\beta$”的必要条件，命题错误；(4)当异面直线 $a$，$b$ 垂直时才可以作出满足要求的平面，命题错误．

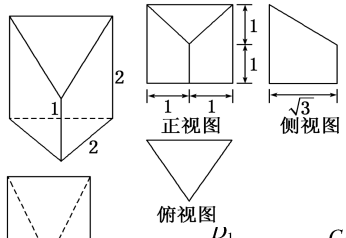
11、如图，正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各棱长均为 2，其正视图如图所示，则此三棱柱侧视图的面积为_____$2\sqrt{3}$

**解**：　左视图是边长分别为 2，$\sqrt{3}$的矩形，故其面积是 $2\sqrt{3}$.




12、一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为_$\frac{5\sqrt{3}}{3}$_____.

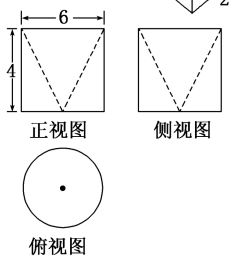
**解**：先补后割 $\frac{1}{2}\times2\times2\sin60°\times2-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\sin60°\times1=\frac{5\sqrt{3}}{3}$.



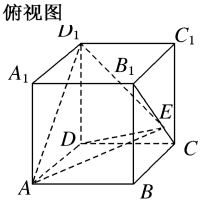

13、几何体的三视图为：其体积为___24π_____.

**解**：先补后割 $V=V_{圆柱}-V_{圆锥}=\pi\times3^2\times4-\frac{1}{3}\pi\times3^2\times4=24\pi$.

14、如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，$E$ 为线段 $B_1C$ 上的一点，则三棱锥 $A-DED_1$ 的体积为_____.



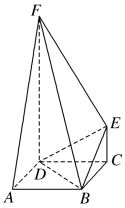

$VA-DED_1=VE-ADD_1=\frac{1}{3}\times S\triangle ADD_1\times CD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{6}$.



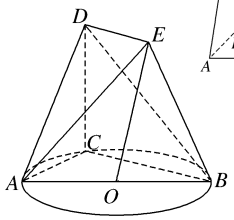

15、如图，$FD$ 垂直于矩形 $ABCD$ 所在平面，$CE\parallel DF$，$\angle DEF=90°$.(1)求证：$BE\parallel$平面 $ADF$；

(2)若矩形 $ABCD$ 的一边 $AB=\sqrt{3}$，$EF=2\sqrt{3}$，则另一边 $BC$ 的长为何值时，三棱锥 $F-BDE$ 的体积为$\sqrt{3}$？

解 (2)当 $BC=\frac{3}{2}$时，三棱锥 $F-BDE$ 的体积为$\sqrt{3}$.




16、如图，点 $C$ 是以 $AB$ 为直径的圆上一点，直角梯形 $BCDE$ 所在平面与圆 $O$ 所在平面垂直，且 $DE\parallel BC$，$DC\perp BC$，$DE=\frac{1}{2}BC=2$，$AC=CD=3$.(1)证明：$EO\parallel$平面 $ACD$；(2)证明：平面 $ACD\perp$平面 $BCDE$；(3)求三棱锥 $E-ABD$ 的体积.

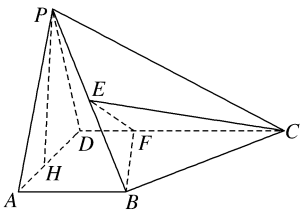



**解**：　(3)$\therefore V_{E-ABD}=V_{A-BDE}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle BDE}\times AC=\frac{1}{3}\times3\times3=3$.

17、如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AB\perp$平面 $PAD$，$AB\parallel CD$，$PD=AD$，$E$ 是 $PB$ 的中点，$F$ 是 $DC$ 上的点且 $DF=\frac{1}{2}AB$，$PH$ 为$\triangle PAD$ 中 $AD$ 边上的高.

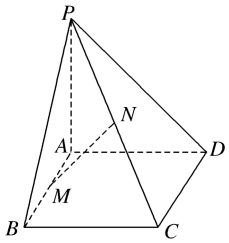
(1)证明：$PH\perp$平面 $ABCD$；

(2)若 $PH=1$，$AD=\sqrt{2}$，$FC=1$，求三棱锥 $E-BCF$ 的体积；



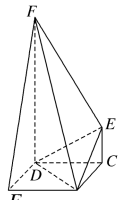

**解**：(2)$V_{E-BCF}=\frac{1}{3}S_{\triangle BCF}\cdot EG=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot FC\cdot AD\cdot EG=\frac{\sqrt{2}}{12}$.

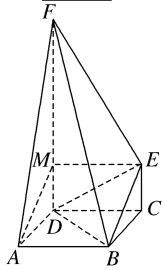
18、如图所示，已知 $PA\perp$矩形 $ABCD$ 所在平面，$M$，$N$ 分别是 $AB$，$PC$ 的中点．(1)求证：$MN\perp CD$；(2)若$\angle PDA=45°$，求证：$MN\perp$平面 $PCD$.



15、如图，$FD$ 垂直于矩形 $ABCD$ 所在平面，$CE\parallel DF$，$\angle DEF=90°$.(1)求证：$BE\parallel$ 平面 $ADF$；

(2)若矩形 $ABCD$ 的一边 $AB=\sqrt{3}$，$EF=2\sqrt{3}$，则另一边 $BC$ 的长为何值时，三棱锥 $F-BDE$ 的体积为$\sqrt{3}$？




**解**：(1)证明：过点 $E$ 作 $CD$ 的平行线交 $DF$ 于点 $M$，连接 $AM$.

因为 $CE\parallel DF$，

所以四边形 $CEMD$ 是平行四边形.

可得 $EM=CD$ 且 $EM\parallel CD$，

于是四边形 $BEMA$ 也是平行四边形，

所以有 $BE\parallel AM$.

而 $AM\subset$平面 $ADF$，$BE\not\subset$平面 $ADF$，

所以 $BE\parallel$ 平面 $ADF$.

(2)由 $EF=2\sqrt{3}$，$EM=AB=\sqrt{3}$，

得 $FM=3$ 且$\angle MFE=30°$.

由$\angle DEF=90°$可得 $FD=4$，

从而得 $DE=2$.

因为 $BC\perp CD$，$BC\perp FD$，

所以 $BC\perp$平面 $CDFE$.

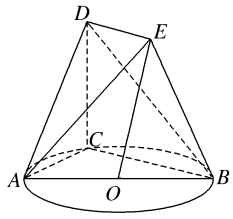
所以，$V_{F-BDE}=V_{B-DEF}=\frac{1}{3}S_{\triangle DEF}\times BC$.

因为 $S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}DE\times EF=2\sqrt{3}$，$V_{F-BDE}=\sqrt{3}$，

所以 $BC=\frac{3}{2}$.

综上当 $BC=\frac{3}{2}$时，三棱锥 $F-BDE$ 的体积为$\sqrt{3}$.

16、如图，点 $C$ 是以 $AB$ 为直径的圆上一点，直角梯形 $BCDE$ 所在平面与圆 $O$ 所在平面垂直，且 $DE\parallel BC$，$DC\perp BC$，$DE=\frac{1}{2}BC=2$，$AC=CD=3$.

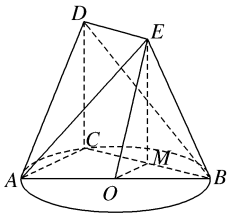



(1)证明：$EO\parallel$ 平面 $ACD$；

(2)证明：平面 $ACD\perp$平面 $BCDE$；

(3)求三棱锥 $E-ABD$ 的体积.

**解**：(1)证明：如图，取 $BC$ 的中点 $M$，连接 $OM$，$ME$.




在$\triangle ABC$ 中，$O$ 为 $AB$ 的中点，$M$ 为 $BC$ 的中点，

$\therefore OM\parallel AC$.

在直角梯形 $BCDE$ 中，$DE\parallel BC$，且 $DE=\frac{1}{2}BC=CM$，

$\therefore$四边形 $MCDE$ 为平行四边形. $\therefore EM\parallel DC$.

$\therefore$平面 $EMO\parallel$平面 $ACD$，

又$\because EO\subset$平面 $EMO$，

$\therefore EO\parallel$ 平面 $ACD$.

(2)证明：$\because C$ 在以 $AB$ 为直径的圆上，$\therefore AC\perp BC$.

又$\because$平面 $BCDE\perp$平面 $ABC$，平面 $BCDE\cap$平面 $ABC=BC$.

$\therefore AC\perp$平面 $BCDE$.

又$\because AC\subset$平面 $ACD$，

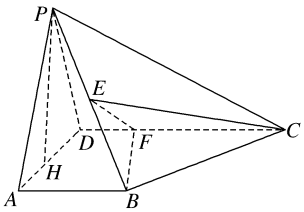
$\therefore$平面 $ACD\perp$平面 $BCDE$.

(3)由(2)知 $AC\perp$平面 $BCDE$.

又$\because S_{\triangle BDE}=\frac{1}{2}\times DE\times CD=\frac{1}{2}\times 2\times 3=3$，

$\therefore V_{E-ABD}=V_{A-BDE}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle BDE}\times AC=\frac{1}{3}\times 3\times 3=3.$

17、如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AB\perp$平面 $PAD$，$AB\parallel CD$，$PD=AD$，$E$ 是 $PB$ 的中点，$F$ 是 $DC$ 上的点且 $DF=\frac{1}{2}AB$，$PH$ 为$\triangle PAD$ 中 $AD$ 边上的高.




(1)证明：$PH\perp$平面 $ABCD$；

(2)若 $PH=1$，$AD=\sqrt{2}$，$FC=1$，求三棱锥 $E-BCF$ 的体积；

**[自主解答]** (1)证明：因为 $AB\perp$平面 $PAD$，$PH\subset$平面 $PAD$，

所以 $PH\perp AB$.

因为 $PH$ 为$\triangle PAD$ 中 $AD$ 边上的高，所以 $PH\perp AD$.

因为 $PH\not\subset$平面 $ABCD$，$AB\cap AD=A$，$AB$，$AD\subset$平面 $ABCD$，

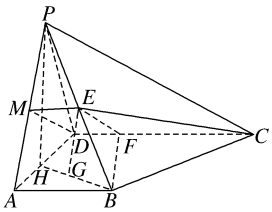
所以 $PH\perp$平面 $ABCD$.

(2)如图，连接 $BH$，取 $BH$ 的中点 $G$，连接 $EG$.

因为 $E$ 是 $PB$ 的中点，

所以 $EG\parallel PH$，

且 $EG=\frac{1}{2}PH=\frac{1}{2}$.




因为 $PH\perp$平面 $ABCD$，

所以 $EG\perp$平面 $ABCD$.

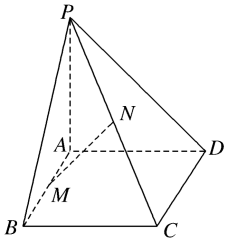
因为 $AB\perp$平面 $PAD$，$AD\subset$平面 $PAD$，

所以 $AB\perp AD$.

所以底面 $ABCD$ 为直角梯形.

所以 $V_{E-BCF}=\frac{1}{3}S_{\triangle BCF}\cdot EG=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot FC\cdot AD\cdot EG=\frac{\sqrt{2}}{12}$.

18、如图所示，已知 $PA\perp$矩形 $ABCD$ 所在平面，$M$，$N$ 分别是 $AB$，$PC$ 的中点.




(1)求证：$MN\perp CD$；

(2)若$\angle PDA=45°$，求证：$MN\perp$平面 $PCD$.

**证明**：(1)连接 $AC$，$AN$，$BN$，

$\because PA\perp$平面 $ABCD$，$\therefore PA\perp AC$，

在 Rt$\triangle PAC$ 中，$N$ 为 $PC$ 中点，$\therefore AN=\frac{1}{2}PC$.

$\because PA\perp$平面 $ABCD$，$\therefore PA\perp BC$，又 $BC\perp AB$，

$PA\cap AB=A$，

$\therefore BC\perp$平面 $PAB$.$\therefore BC\perp PB$.

从而在 Rt$\triangle PBC$ 中，$BN$ 为斜边 $PC$ 上的中线，

$\therefore BN=\frac{1}{2}PC$.

$\therefore AN=BN$.$\therefore\triangle ABN$ 为等腰三角形，又 $M$ 为 $AB$ 的中点，$\therefore MN\perp AB$，

又$\because AB\parallel CD$，$\therefore MN\perp CD$.

(2)连接 $PM$，$MC$，$\because\angle PDA=45°$，$PA\perp AD$，$\therefore AP=AD$.

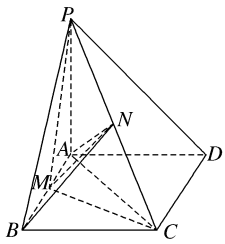
$\because$四边形 $ABCD$ 为矩形，$\therefore AD=BC$，$\therefore AP=BC$.

又$\because M$ 为 $AB$ 的中点，$\therefore AM=BM$.

而$\angle PAM=\angle CBM=90°$，

$\therefore\triangle PAM\cong\triangle CBM$.

$\therefore PM=CM$.

又 $N$ 为 $PC$ 的中点，$\therefore MN\perp PC$.

由(1)知，$MN\perp CD$，$PC\cap CD=C$，$\therefore MN\perp$平面 $PCD$.