文科第二次月考卷

1、在等差数列$\{a_n\}$中，若$a_2+2a_6+a_{10}=120,$则a_3+a_9=(　　)

A、30　　B、40　　C、60　　D、80

2、已知$\{a_n\}$是公比为 2 的等比数列，则$\dfrac{a_1+a_2}{a_3+a_4}$=(　　)

A、$\dfrac{1}{8}$　　B、$\dfrac{1}{4}$　　C、$\dfrac{1}{2}$　　D、1

3、在下列关于直线l,m与平面α,β的命题占，真命题是(　　)

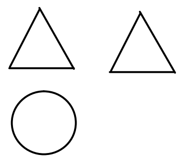
A、若$l\subset\beta,\alpha\perp\beta$，则$l\perp\alpha$　B、若$l\subset\beta,\alpha//\beta$，则$l\perp\alpha$

C、若$\alpha\cap\beta=m,l\perp m,$则$l//\alpha$　　D、若$l\perp\alpha$，$\alpha\perp\beta,$则$l//\alpha$

4、已知数列$\{a_n\}$中，$a_1>0,5a_8=17a_9$，则使S_n取得最大值时的 n 的值为(　　)

A、10　　B、11　　C、12　　D、13

5、一个几何体的三视图如右图，其中主视图和左视图都是边长为 1 的正三角形，那么这个几何体的侧面积是(　　)



A、$\dfrac{\pi}{2}$　B、$\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi$　　C、$\dfrac{\sqrt{2}}{4}\pi$　　D、$\dfrac{\pi}{4}$

6、在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2+a_7+a_9,$为常数，则其前（　　）项和也为常数

A、6　　B、7　　C、11　　D、12

7、在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，若 AB=$\sqrt{2}BB_1$,则 AB_1 与 C_1B 所成角的大小为(　　)

A、$\dfrac{\pi}{3}$　B、$\dfrac{\pi}{2}$　　C、$\dfrac{7\pi}{12}$　　D、$\dfrac{5\pi}{12}$

8、已知 x,y 满足约束条件$\begin{cases}x-y+5\ge 0\\ x+y\ge 0\\ x\le 3\end{cases}$，则$z=2x+4y$的最小值为(　　)

A、5　　B、-6　　C、10　　D、-10

9、长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面是边长为 2 的正方形，高为 4，则点 A_1 到截面 AB_1D_1 的距离是(　　)　　A、$\dfrac{8}{3}$　B、$\dfrac{3}{8}$　　C、$\dfrac{4}{3}$　　D、$\dfrac{3}{4}$

10、已知α,β是两个不同的平面，m,n 是两条不同的直线，给出下列命题：

①若$m\perp\alpha,m\subset\beta,$则$\alpha\perp\beta$ ②若$m\subset\alpha,n\subset\beta,m//\beta,n//\beta,$则$\alpha//\beta$

③若$m\subset\alpha,n\not\subset\alpha,m,n$是异面直线，则$n$与$\alpha$相交

④若$\alpha\cap\beta$=$m,n//m,$且$n\not\subset\alpha,n\not\subset\beta$，则$n//\alpha$且$n//\beta$

其中正确的命题是（　　）

A、①②　B、②③　　C、③④　　D、①④

11、已知$M(x,y),A(0,-\frac{1}{2}),B(-1,0)$三点共线，则$2^x+4^y$的最小值为(　　)

A、$2\sqrt{2}$　B、$\sqrt{2}$　　C、$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D、无最小值

12、某学生家长为缴纳文学征大学时的教育费，于 2003 年 8 月 20 号从银行贷款 c 元，为还清这笔贷款，该家长从 20004 年起每年 8 月 20 号便去银行偿还确定的金额，计划恰好在贷款的 m 年后还清，若银行按年利息为 p 的得利计息，则该学生家长每年的偿还金额是（　）

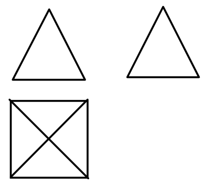
A、$\frac{a}{m}$　B、$\frac{ap(1+p)^{m+1}}{(1+p)^{m+1}-1}$　　C、$\frac{ap(1+p)^{m+1}}{(1+p)^{m}-1}$　　D、$\frac{ap(1+p)^{m}}{(1+p)^{m}-1}$

二、填空

13、如图是一个空间几何体的主视图，左视图，如果主视图，左视图所对应的三角形都是边长为 2 的正三角形，俯视图对应的四边形为正方形，那么这个 几何体的体积为_______

14、表面积为 16π 的球的内接正方体的表面积为_______

15、一个平面四边形的斜二侧画法是边长为 1 的正方形，则原边边形的面积是_______



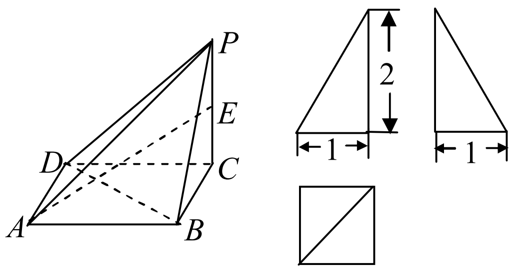
16、已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和$S_n=n^2-4n+1$,则$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{10}|=$_______

17、设$\{a_n\}$为公差大于 0 的等差数列，S_n为数列的前 n 项和，已知$S_4=24,a_2a_3=35$。

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；(2)若$b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和T_n

18、已知四棱锥 P—ABCD 的三视图如下图所示，E 是侧棱 PC 上的动点

(1)求四棱锥 P—ABCD 的体积；(2)是否不论 E 在何位置都有$BD\perp AE$?证明你的结论

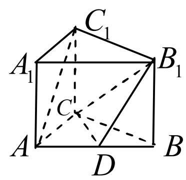


19、已知数列$\{a_n\}$各项均为正数，S_n为其前 n 项和，对任意的$n\in N^*$都有$4S_n=(a_n+1)^2$

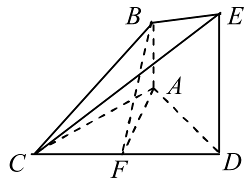
(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；(2)若$b_n=20-a_n$，问数列$\{b_n\}$的前多少项和最大？

20、如图，在三棱柱 ABC—$A_1B_1C_1$中，AC=9,BC=12,AB=15,AA_1=12,点 D 是 AB 的中点。

(1)求证：$AC\perp B_1C$　(2)　$AC_1//平面CDB_1$



21、已知$AB\perp$平面$ACD, DE\perp$平面$ACD, \Delta ACD$为等边三角形，AD=DE=2AB,F 为 CD 的中点(1)求证：$AF//$平面BCE (2)求证：平面$BCE\perp$平面CDE



22、设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，且$S_n=n^2-4n+4$

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；(2)设$c_n=2^{a_n}+2n$，求数列$\{c_n\}$的前 n 项和

(3)设$b_n=\dfrac{a_n}{2^n}$，数列$\{b_n\}$前 n 项和为T_n,求证$\dfrac{1}{4}\le T_n<1$

文科第二次月考卷

1、在等差数列$\{a_n\}$中，若$a_2+2a_6+a_{10}=120,$则a_3+a_9=(C)

A、30　　B、40　　C、60　　D、80

解：$a_2+2a_6+a_{10}=120, 2(a_3+a_9)=120, a_3+a_9=60$

2、已知$\{a_n\}$是公比为 2 的等比数列，则$\dfrac{a_1+a_2}{a_3+a_4}$=(B)

A、$\dfrac{1}{8}$　　B、$\dfrac{1}{4}$　　C、$\dfrac{1}{2}$　　D、1

解：$\dfrac{a_1+a_2}{a_3+a_4}=\dfrac{a_1+a_2}{(a_1+a_2)q^2}=\dfrac{1}{4}$

3、在下列关于直线l, m与平面α, β的命题占，真命题是(B)

A、若$l\subset\beta, \alpha\perp\beta$，则$l\perp\alpha$　B、若$l\subset\beta, \alpha//\beta$，则$l\perp\alpha$

C、若$\alpha\cap\beta=m, l\perp m,$则$l//\alpha$　　D、若$l\perp\alpha$，$\alpha\perp\beta,$则$l//\alpha$

4、已知数列$\{a_n\}$中，$a_1>0, 5a_5=17a_9$，则使S_n取得最大值时的 n 的值为(A)

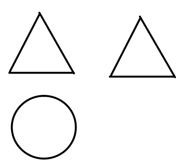
A、10　　B、11　　C、12　　D、13

解：$5a_5=17a_9, 5(a_1+4d)=17(a_1+8d), -12a_1=116d, a_1=-\dfrac{29}{3}d>0, d<0$

$$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d=-\frac{29}{3}dn+\frac{1}{2}dn(n-1)=\frac{1}{2}dn(-\frac{58}{3}+n-1)=\frac{d}{2}n(n-\frac{61}{3})$$

于是对称轴$n=\dfrac{61}{6}$，因$n\in N^*,$故$n=10$时，S_n最大

5、一个几何体的三视图如右图，其中主视图和左视图都是边长为 1 的正三角形，那么这个几何体的侧面积是(A)



A、$\frac{\pi}{2}$　B、$\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$　　C、$\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$　　D、$\frac{\pi}{4}$

6、在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2+a_7+a_9$,为常数，则其前（ C ）项和也为常数

A、6　　B、7　　C、11　　D、12

解1：$a_2+a_7+a_9=3a_1+15d=3(a_1+5d)=3a_6$为常数，$a_6$为常数,故$a_1+a_{11}$为常数, S_{11}为常数

解2: $a_2+a_7+a_9=3a_1+15d=\frac{3}{2}(2a_1+10d)=\frac{3}{2}(a_1+a_{11})$为常数，故$a_1+a_{11}$为常数 S_{11}为常数

7、在三棱柱 ABC－$A_1B_1C_1$中，若 AB=$\sqrt{2}BB_1$,则 AB_1与 C_1B 所成角的大小为(B)

A、$\frac{\pi}{3}$　B、$\frac{\pi}{2}$　　C、$\frac{7\pi}{12}$　　D、$\frac{5\pi}{12}$

8、已知 x,y 满足约束条件$\begin{cases}x-y+5\geq 0\\x+y\geq 0\\x\leq 3\end{cases}$，则$z=2x+4y$的最小值为(　B　)

A、5　　B、-6　　C、10　　D、-10

9、长方体 ABCD－$A_1B_1C_1D_1$中，底面是边长为 2 的正方形，高为 4，则点 A_1到截面 AB_1D_1的距离是(C)　　A、$\frac{8}{3}$　B、$\frac{3}{8}$　　C、$\frac{4}{3}$　　D、$\frac{3}{4}$

10、已知α,β是两个不同的平面，m,n 是两条不同的直线，给出下列命题：

①若$m\perp\alpha,m\subset\beta$,则$\alpha\perp\beta$ ②若$m\subset\alpha,n\subset\beta,m//\beta,n//\beta$,则$\alpha//\beta$

③若$m\subset\alpha,n\not\subset\alpha,m,n$是异面直线，则$n$与$\alpha$相交

④若$\alpha\cap\beta=m,n//m$,且$n\not\subset\alpha,n\not\subset\beta$，则$n//\alpha$且$n//\beta$

其中正确的命题是（ D ）

A、①②　B、②③　　C、③④　　D、①④

11、已知$M(x,y),A(0,-\frac{1}{2}),B(-1,0)$三点共线，则$2^x+4^y$的最小值为(A)

A、$2\sqrt{2}$　B、$\sqrt{2}$　　C、$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D、无最小值

12、某学生家长为缴纳文学征大学时的教育费，于 2003 年 8 月 20 号从银行贷款a元，为还清这笔贷款，该家长从 20004 年起每年 8 月 20 号便去银行偿还确定的金额，计划恰好在贷款的 m 年后还清，若银行按年利息为 p 的得利计息，则该学生家长每年的偿还金额是（D ）

A、$\frac{a}{m}$　B、$\frac{ap(1+p)^{m+1}}{(1+p)^{m+1}-1}$　　C、$\frac{ap(1+p)^{m+1}}{(1+p)^{m}-1}$　　D、$\frac{ap(1+p)^{m}}{(1+p)^{m}-1}$

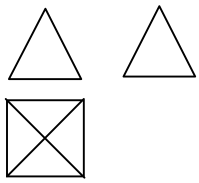
解：设每年偿还金额为x，则

$$x+x(1+p)+x(1+p)^2+\cdots+x(1+p)^{m-1}=a(1+p)^m$$

$$\frac{x[(1+p)^m-1]}{p}=a(1+p)^m, x=\frac{ap(1+p)^m}{(1+p)^m-1}$$

二、填空

13、如图是一个空间几何体的主视图，左视图，如果主视图，左视图所对应的三角形都是边长为 2 的正三角形，俯视图对应的四边形为正方形，那么这个 几何体的体积为__$\frac{4}{3}\sqrt{3}$_____



14、表面积为 16π 的球的内接正方体的表面积为__32_____

15、一个平面四边形的斜二侧画法是边长为 1 的正方形，则原边边形的面积是__$2\sqrt{2}$_____

16、已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和$S_n=n^2-4n+1$,则$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{10}|=$__67_____

解：$a_1=-2$,当$n\ge 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2n-1-4=2n-5$,

则$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{10}|=2+1+1+3+5+\cdots+15=3+\frac{8\times 16}{2}=67$

17、设$\{a_n\}$为公差大于 0 的等差数列，S_n为数列的前 n 项和，已知$S_4=24, a_2a_3=35$。

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；(2)若$b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和T_n

解：(1)设公差为 d,则$\begin{cases}4a_1+6d=24\\(a_1+d)(a_1+2d)=35\end{cases}$,$\begin{cases}d=2\\a_1=3\end{cases}$或$\begin{cases}d=-2\\a_1=9\end{cases}$(舍去) $a_n=2n+1$

另解$S_4=24\Rightarrow\frac{4(a_1+a_4)}{2}=24, a_1+a_4=12, a_2+a_3=12,$

又$a_2a_3=35$，$a_3>a_2$于是$a_2=5, a_3=7$,公差$d=a_3-a_2=2$，$a_1=3, a_n=2n+1$

$$(2)b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3})$$

$$T_n=\frac{1}{3\times 5}+\frac{1}{5\times 7}+\cdots+\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$$

,

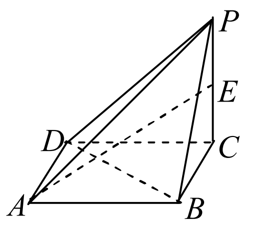
$$=\frac{1}{2}[(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+\cdots+(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3})]$$

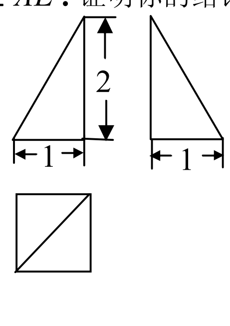
$$=\frac{1}{2}(\frac{1}{3}--\frac{1}{2n+3})=\frac{1}{2}(\frac{1}{3}-\frac{1}{2n+3})=\frac{n}{3(2n+3)}$$

18、已知四棱锥 P—ABCD 的三视图如下图所示，E 是侧棱 PC 上的动点

(1)求四棱锥 P—ABCD 的体积；(2)是否不论 E 在何位置都有$BD\perp AE$?证明你的结论

解：(1)$V=\frac{2}{3}$





19、已知数列$\{a_n\}$各项均为正数，S_n为其前 n 项和，对任意的$n\in N^*$都有$4S_n=(a_n+1)^2$

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；(2)若$b_n=20-a_n$，问数列$\{b_n\}$的前多少项和最大？

解：(1)当$n=1$时，$4a_1=(a_1+1)^2,(a_1-1)^2=0,a_1=1$

当$n\ge 2$时，$4S_n=(a_n+1)^2$，$4S_{n-1}=(a_{n-1}+1)^2$

相减得$4a_n=(a_n+1)^2-(a_{n-1}+1)^2$，$(a_n-1)^2=(a_{n-1}+1)^2$

$a_n-1=a_{n-1}+1,或a_n-1=-a_{n-1}-1,a_n-a_{n-1}=2,或a_n+a_{n-1}=0$（舍去）

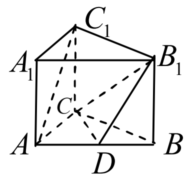
故$\{a_n\}$是等差数列，公差 2，首项 1，于是$a_n=1+2(n-1)=2n-1$

因此$b_n=20-a_n=21-2n$，当$n\ge 2$时，$b_n-b_{n-1}=-2$，因此$\{b_n\}$是等差数列

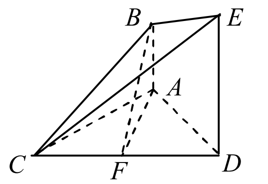
由$b_n=21-2n\ge 0$得，$n\le 10.5$，于是$\{b_n\}$的前 10 项和最大

20、如图，在三棱柱 ABC—$A_1B_1C_1$中，AC=9,BC=12,AB=15,AA_1=12,点 D 是 AB 的中点。

(1)求证：$AC\perp B_1C$　(2)　$AC_1//平面CDB_1$



21、已知$AB\perp平面ACD,DE\perp平面ACD,\Delta ACD$为等边三角形，AD=DE=2AB,F 为 CD 的中点(1)求证：$AF//平面BCE$ (2)求证：$平面BCE\perp平面CDE$



22、设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，且$S_n=n^2-4n+4$

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；(2)设$c_n=2^{a_n}+2n$，求数列$\{c_n\}$的前 n 项和

(3)设$b_n=\frac{a_n}{2^n}$，数列$\{b_n\}$前 n 项和为T_n,求证$\frac{1}{4}\le T_n<1$

解：(1) 当$n=1$时，$a_1=S_1=1$

当$n\ge 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2-4n+4-(n-1)^2+4(n-1)-4=2n-1-4=2n-5$

于是 $a_n=\begin{cases}1, & n=1\\ 2n-5, & n\geq 2\end{cases}$

(2) $c_1=2^1+2=4,$当$n\geq 2$时，$c_n=2^{2n-5}+2n$

$$C_n=4+(2^{-1}+2\times 2)+(2^1+2\times 3)+(2^3+2\times 4)+\cdots+(2^{2n-5}+2n)$$
$$=2+(2^{-1}+2^1+2^3+\cdots+2^{2n-5})+2(1+2+3+\cdots+n)$$
$$=2+\frac{\frac{1}{2}(4^{n-1}-1)}{3}+n(n+1)=\frac{4^{n-1}+11}{3}+n(n+1)$$

(3) $b_1=\frac{a_1}{2}=\frac{1}{2}$，当$n\geq 2$时$b_n=\frac{a_n}{2^n}=\frac{2n-5}{2^n}$

$$T_n=\frac{1}{2}+\frac{-1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{3}{2^4}+\cdots+\frac{2n-5}{2^n}$$
$$\frac{1}{2}T_n=\frac{1}{4}+\frac{-1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{3}{2^5}+\cdots+\frac{2n-5}{2^{n+1}}$$

相减得$\frac{1}{2}T_n=\frac{2}{2^3}+\frac{2}{2^4}+\cdots+\frac{2}{2^n}-\frac{2n-5}{2^{n+1}}=\frac{\frac{1}{4}(1-\frac{1}{2^{n-2}})}{\frac{1}{2}}-\frac{2n-5}{2^{n+1}}$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{n-1}}-\frac{2n-5}{2^{n+1}}=\frac{1}{2}-\frac{2n-1}{2^{n+1}}<\frac{1}{2},故T_n<1$$

讲评

CBBAA CBBCD AD 13、$\frac{4}{3}\sqrt{3}$ 14、32 15、$2\sqrt{2}$ 16、67

1、在等差数列$\{a_n\}$中，若$a_2+2a_6+a_{10}=120,$则a_3+a_9=(C)

A、30 B、40 C、60 D、80

解：$a_2+2a_6+a_{10}=120,2(a_3+a_9)=120,a_3+a_9=60$

2、已知$\{a_n\}$是公比为 2 的等比数列，则$\frac{a_1+a_2}{a_3+a_4}$=(B)

A、$\frac{1}{8}$ B、$\frac{1}{4}$ C、$\frac{1}{2}$ D、1

解：$\frac{a_1+a_2}{a_3+a_4}=\frac{a_1+a_2}{(a_1+a_2)q^2}=\frac{1}{4}$

4、已知数列$\{a_n\}$中，$a_1>0,5a_8=17a_9$，则使S_n取得最大值时的 n 的值为(A)

A、10 B、11 C、12 D、13

解：$5a_8=17a_9, 5(a_1+7d)=17(a_1+8d), -12a_1=111d, a_1=-\dfrac{37}{4}d>0, d<0$

$$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d=-\frac{37}{4}dn+\frac{n(n-1)}{2}d=\frac{d}{2}n(n-1-\frac{37}{2})=\frac{d}{2}n(n-\frac{39}{2})$$

于是对称轴$n=\dfrac{39}{4}$，因$n\in N^*$,故$n=10$时，S_n最大

6、在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2+a_7+a_9$,为常数，则其前（ C ）项和也为常数

A、6　B、7　C、11　D、12

解：$a_2+a_7+a_9=3a_1+15d=\dfrac{3}{2}(2a_1+10d)=\dfrac{3}{2}(a_1+a_{11})$为常数，故$a_1+a_{11}$为常数

S_{11}为常数

12、某学生家长为缴纳文学征大学时的教育费，于 2003 年 8 月 20 号从银行贷款a元，为还清这笔贷款，该家长从 20004 年起每年 8 月 20 号便去银行偿还确定的金额，计划恰好在贷款的 m 年后还清，若银行按年利息为 p 的得利计息，则该学生家长每年的偿还金额是（D ）

A、$\dfrac{a}{m}$　B、$\dfrac{ap(1+p)^{m+1}}{(1+p)^{m+1}-1}$　C、$\dfrac{ap(1+p)^{m+1}}{(1+p)^{m}-1}$　D、$\dfrac{ap(1+p)^{m}}{(1+p)^{m}-1}$

解：设每年偿还金额为x，则

$x+x(1+p)+x(1+p)^2+\cdots+x(1+p)^{m-1}=a(1+p)^m$

$\dfrac{x[(1+p)^m-1]}{p}=a(1+p)^m, x=\dfrac{ap(1+p)^m}{(1+p)^m-1}$

二、填空

16、已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和$S_n=n^2-4n+1$,则$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{10}|=$ __67______

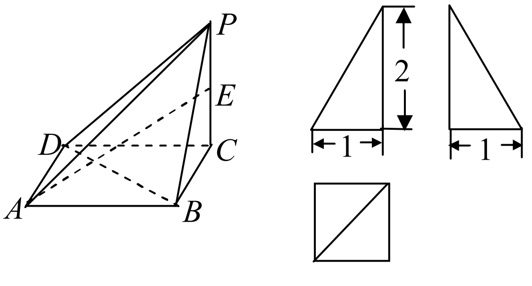
解：$a_1=-2$,当$n\geq 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2n-1-4=2n-5$,

则$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{10}|=2+1+1+3+5+\cdots+15=3+\dfrac{8\times 16}{2}=67$

18、已知四棱锥 P—ABCD 的三视图如下图所示，E 是侧棱 PC 上的动点

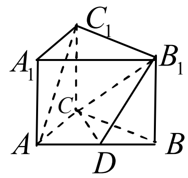
(1)求四棱锥 P—ABCD 的体积；(2)是否不论 E 在何位置都有$BD\perp AE$?证明你的结论

解：(1) $V=\dfrac{2}{3}$



10、如图，在三棱柱 ABC—$A_1B_1C_1$ 中，AC=9,BC=12,AB=15,AA_1=12,点 D 是 AB 的中点。

(1)求证：$AC\perp B_1C$ (2) $AC_1//\text{平面}CDB_1$



21、已知 $AB\perp\text{平面}ACD,DE\perp\text{平面}ACD,\Delta ACD$ 为等边三角形，AD=DE=2AB,F 为 CD 的中点(1)求证：$AF//\text{平面}BCE$ (2)求证：$\text{平面}BCE\perp\text{平面}CDE$