将乐一中2013-14学年上学期高三第二次月考理科数学试题

一、选择题（本大题共10小题，每题5分，共50分）

1、$\sin 480^\circ$的值为（　　）

A. $-\frac{1}{2}$　　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　C. $\frac{1}{2}$　　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2、一个物体的运动方程为$S=1-t+t^2$，其中S的单位是米，t的单位是秒，那么物体在3秒末的瞬时速度是(　　)

A. 7米/秒　　B. 6米/秒　　C. 5米/秒　　D. 8米/秒

3、曲线$y=x^3-2x+1$在点(1,0)处的切线方程为(　　)

A. $y=x-1$　　B. $y=-x+1$　　C. $y=2x-2$　　D. $y=-2x+2$

4、在△ABC中，$a=15$，$b=10$，$A=60°$，则$\cos B=$(　C　)

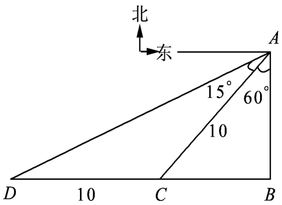
A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

5、已知向量$\boldsymbol{a}=(\cos 15°, \sin 15°)$，$\boldsymbol{b}=(-\sin 15°, -\cos 15°)$，则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$的值为（　　）

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

6、在△ABC中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$.若点$D$满足$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，则$\overrightarrow{AD}=$(　　)

A. $\frac{2}{3}\boldsymbol{b}+\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$　　B. $\frac{5}{3}\boldsymbol{c}-\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$　　C. $\frac{2}{3}\boldsymbol{b}-\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$　　D. $\frac{1}{3}\boldsymbol{b}+\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$



7、两座灯塔A和B与海岸观察站C的距离相等，灯塔A在观察站北偏东40°，灯塔B在观察站的南偏东60°，则灯塔A在灯塔B的(　　)

A. 北偏东10°　B. 北偏西10°　C. 南偏东10°　D. 南偏西10°

8、由$y=\sin x$的图象变换出$y=\sin\left(\frac{1}{3}x-\frac{\pi}{4}\right)$的图象，下列指令中：

①先向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位，然后再将横坐标伸长为原来的3倍(纵坐标不变)；

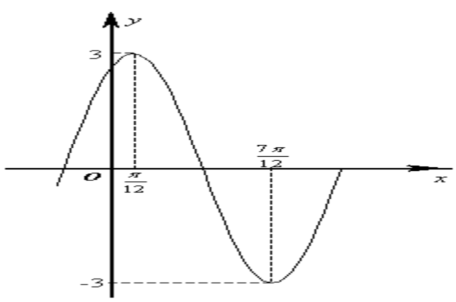
②先向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位，然后将横坐标缩短为原来的$\frac{1}{3}$倍(纵坐标不变)；

③先将横坐标伸长为原来的3倍(纵坐标不变)，然后将整个图象向右平移$\frac{3\pi}{4}$个单位；

④先将整个图象向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位，然后再将横坐标伸长为原来的3倍(纵坐标不变).

正确的操作指令有(　　)

A. ①②　　B. ②③　　C. ③④　　D. ①③④

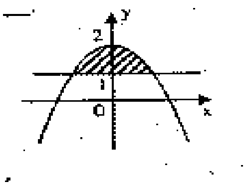


9、已知函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)\,(A>0，\omega>0，|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 的图象如图所示，则其表达式为（　　）

A．$y=3\sin(4x-\dfrac{\pi}{3})$ B．$y=3\sin(4x+\dfrac{\pi}{3})$ C．$y=3\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})$ D．$y=3\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})$

10、设运动直线 x=m 与函数 $f(x)=x^3, g(x)=\ln x$ 分别交于 M、N 两点，则|MN|的最小值是（　C　）

A、$\dfrac{1-\ln 3}{3}$　　B、$\dfrac{\ln 3}{3}$　　C、$\dfrac{1+\ln 3}{3}$　　D、$\ln 3-1$



二、填空题（本大题共 5 小题，每题 4 分，共 20 分）

11、如图，直线 $y=1$ 与曲线 $y=-x^2+2$ 所围图形的面积是__4/3______。

12．锐角△ABC中，角A，B，C所对的边分别为a,b,c,若a=1,b=2,$c=120°$，则 $\dfrac{\sin A}{\sin C}=$______

13. 计算 $\dfrac{1}{\sin 10^0}-\dfrac{\sqrt{3}}{\cos 10^0}=$________

14.函数 $f(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}+ax$在$[2,+\infty)$ 上是减函数，则实数 a 的取值范围是____。

15、下列命题中：①函数 $f(x)=4\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$的一个对称中心为$\left(-\dfrac{5\pi}{12}, 0\right)$；②已知$|a|=2$，$|b|=\sqrt{2}$，若 2$b$+$a$ 与 a 垂直，则 a 与 b 的夹角为 45^0；③把函数 $y=\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})$ 的图象向左平移 φ $(\varphi>0)$ 个单位，所得到的图象对应的函数为奇函数，则 φ 的最小值是 $\dfrac{\pi}{12}$. ④在△ABC 中，$(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA})\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AC}|^2$，则三角形 ABC 是等腰三角形。

其中正确命题的序号有___①__③______

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分）

16、（13 分）已知函数 $f(x)=\sin x-2\cos^2\dfrac{x}{2}$，

（1）求函数 $f(x)$ 的最小正周期；（2）当 $x\in[0,\pi]$ 时，求函数 $f(x)$ 的值域。

17、（13 分）已知函数 $f(x)=x^3-3x$，（Ⅰ）求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）若函数 $g(x)=f(x)-a$ 在区间 $\left[-3,2\right]$ 上只有一个零点，求实数 a 的范围。

18、（13 分）已知向量 $\overrightarrow{OP}=(\ 2\cos(\dfrac{\pi}{2}+x)\ ,-1\ )$，$\overrightarrow{OQ}=(\ -\sin(\dfrac{\pi}{2}-x)\ ,\cos 2x\ )$，定义 $f(x)=\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$

（1）求函数 $f(x)$ 的表达式，并求其单调区间；

（2）在锐角△ABC 中，角 A、B、C 对边分别为 a、b、c，且 $f(A)=1$，$bc=8$，求△ABC 的面积.

19、（13 分）设函数 f(x)＝$\frac{1}{2}x^2+e^x-xe^x$.(1)求 f(x)的单调区间；

(2)若当 x∈[－2,2]时，不等式 f(x)＞m 恒成立，求实数 m 的取值范围．

(1)f(x)的单调减区间为(－∞，＋∞)．(2)m＜$2-e^2$时，不等式 f(x)＞m 恒成立．

20、（14 分）已知 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c\ (a,b,c\in R)$ 在 $x=-1$ 处取极值，且函数 $y=f'(x+\frac{3}{2})$ 为偶函数。

（1）求 $f(x)$ 的单调区间及单调性；

（2）若存在 $k\in(1,2]$，使得不等式 $f(k-\cos x)\geq f(k^2-\cos^2 x)$ 对任意 $x\in R$ 恒成立，试求出实数 k 的取值集合。.

21、（14 分）设函数 $f(x)=(2-a)\ln x+\dfrac{1}{x}+2ax\ (a\in \mathrm{R})$.

（Ⅰ）当 $a=0$ 时，求 $f(x)$ 的极值；（Ⅱ）当 $a<0$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅲ）若对任意 $a\in(-3,-2)$ 及 $x_1,x_2\in[1,3]$，恒有 $(m+\ln 3)a-2\ln 3>|f(x_1)-f(x_2)|$ 成立，求 m 的取值范围.

将乐一中 2013-14 学年上学期高三第二次月考理科数学试题

一、选择题（本大题共 10 小题，每题 5 分，共 50 分）

1、$\sin 480^{\circ}$的值为（　D　）

A. $-\dfrac{1}{2}$　　　B. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　C. $\dfrac{1}{2}$　　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2、一个物体的运动方程为 $S=1-t+t^2$，其中 S 的单位是米，t 的单位是秒，那么物体在 3 秒末的瞬时速度是(　C　)

A. 7 米/秒　　B. 6 米/秒　　C. 5 米/秒　　D. 8 米/秒

3、曲线 $y=x^3-2x+1$ 在点(1,0)处的切线方程为(　A　)

A. $y=x-1$　　B. $y=-x+1$　　C. $y=2x-2$　　D. $y=-2x+2$

4、在△ABC 中，$a=15$，$b=10$，$A=60°$，则 $\cos B=$(　C　)

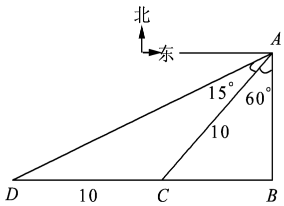
A. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　　C. $-\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

5、已知向量 $\boldsymbol{a}=(\cos 15°，\sin 15°)$，$\boldsymbol{b}=(-\sin 15°，-\cos 15°)$，则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$的值为（　B　）

A. 1　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

6、在△ABC中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$.若点$D$满足$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，则$\overrightarrow{AD}=$(　D　)

A. $\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}+\dfrac{1}{3}\boldsymbol{c}$　　B. $\dfrac{5}{3}\boldsymbol{c}-\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}$　　C. $\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}-\dfrac{1}{3}\boldsymbol{c}$　　D. $\dfrac{1}{3}\boldsymbol{b}+\dfrac{2}{3}\boldsymbol{c}$



7、两座灯塔 A 和 B 与海岸观察站 C 的距离相等，灯塔 A 在观察站北偏东 40°，灯塔 B 在观察站的南偏东 60°，则灯塔 A 在灯塔 B 的(　C　)

A. 北偏东 10°　B. 北偏西 10°　C. 南偏东 10°　D. 南偏西 10°

8、由 $y=\sin x$ 的图象变换出 $y=\sin\left(\dfrac{1}{3}x-\dfrac{\pi}{4}\right)$的图象，下列指令中：

①先向左平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位，然后再将横坐标伸长为原来的 3 倍(纵坐标不变)；

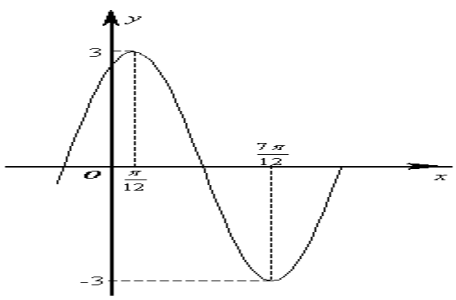
②先向右平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位，然后将横坐标缩短为原来的$\dfrac{1}{3}$倍(纵坐标不变)；

③先将横坐标伸长为原来的 3 倍(纵坐标不变)，然后将整个图象向右平移$\dfrac{3\pi}{4}$个单位；

④先将整个图象向右平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位，然后再将横坐标伸长为原来的 3 倍(纵坐标不变).

正确的操作指令有(　C　)

A. ①②　　B. ②③　　C. ③④　　D. ①③④



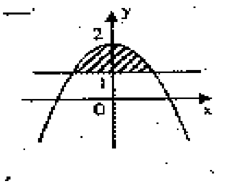
9、已知函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0，\omega>0，|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的图象如图所示，则其表达式为（ D ）

A． $y=3\sin(4x-\frac{\pi}{3})$ B． $y=3\sin(4x+\frac{\pi}{3})$ C． $y=3\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

D． $y=3\sin(2x+\frac{\pi}{3})$

10、设运动直线 x=m 与函数 $f(x)=x^3, g(x)=\ln x$ 分别交于 M、N 两点，则|MN|的最小值是（ C ）

A、$\frac{1-\ln 3}{3}$ B、$\frac{\ln 3}{3}$ C、$\frac{1+\ln 3}{3}$ D、$\ln 3-1$



二、填空题（本大题共 5 小题，每题 4 分，共 20 分）

11、如图，直线 $y=1$ 与曲线 $y=-x^2+2$ 所围图形的面积是 4/3 。

12．锐角△ABC 中，角 A，B，C所对的边分别为 a,b,c，若 $a=1,b=2,c=120°$，则 $\frac{\sin A}{\sin C}=\frac{\sqrt{7}}{7}$

13. 计算 $\frac{1}{\sin 10^0}-\frac{\sqrt{3}}{\cos 10^0}=$ 4

14.函数 $f(x)=\ln x+\frac{1}{x}+ax$ 在 $[2,+\infty)$ 上是减函数，则实数 a 的取值范围是 $a\le-\frac{1}{4}$ 。

15、下列命题中：①函数 $f(x)=4\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的一个对称中心为 $\left(-\frac{5\pi}{12}，0\right)$；②已知 $|a|=2$，$|b|=\sqrt{2}$，若 2b+a 与 a 垂直，则 a 与 b 的夹角为 45^0；③把函数 $y=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$ 的图象向左平移 φ $(\varphi>0)$ 个单位，所得到的图象对应的函数为奇函数，则 φ 的最小值是 $\frac{\pi}{12}$. ④在△ABC 中，$(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA})\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AC}|^2$，则三角形 ABC 是等腰三角形。

其中正确命题的序号有 ① ③

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分）

16、（13 分）已知函数 $f(x)=\sin x-2\cos^2\frac{x}{2}$，

（1）求函数 $f(x)$ 的最小正周期；（2）当 $x\in[0,\pi]$ 时，求函数 $f(x)$ 的值域。

解：（1） $f(x)=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+1, T=\pi$

(2) $f(x)=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+1, T=\pi$

（2） $x\in[0,\pi], 2x+\frac{\pi}{4}\in[\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}], \sin(2x+\frac{\pi}{4})\in[-\frac{\sqrt{2}}{2},1], y\in[0,\sqrt{2}+1]$

17、（13 分）已知函数 $f(x)=x^3-3x$，（Ⅰ）求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）若函数 $g(x)=f(x)-a$ 在区间 $\left[-3,2\right]$ 上只有一个零点，求实数 a 的范围。

（1） $f(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上是增函数，$f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上是增函数（2）最小值-18，最大值为 2.

18、（13 分）已知向量 $\overrightarrow{OP}=(2\cos(\frac{\pi}{2}+x),-1)$，$\overrightarrow{OQ}=(-\sin(\frac{\pi}{2}-x),\cos 2x)$，定义 $f(x)=\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$

（1）求函数 $f(x)$ 的表达式，并求其单调区间；

（2）在锐角△ABC 中，角 A、B、C 对边分别为 a、b、c，且 $f(A)=1$，$bc=8$，求△ABC 的面积.

（1） $f(x)=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})$

由 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x-\frac{\pi}{4}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi \Rightarrow -\frac{\pi}{8}+k\pi\le x\le\frac{3\pi}{8}+k\pi$

$f(x)$ 的递增区间为 $[-\frac{\pi}{8}+k\pi,\frac{3\pi}{8}+k\pi]\quad k\in R$

由 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x-\frac{\pi}{4}\le\frac{3\pi}{2}+2k\pi \Rightarrow \frac{3\pi}{8}+k\pi\le x\le\frac{7\pi}{8}+k\pi$

$f(x)$ 的递减区间为 $[\frac{3\pi}{8}+k\pi,\frac{7\pi}{8}+k\pi]\quad k\in R$

（2）由 $f(A)=1\Rightarrow\sqrt{2}\sin(2A-\frac{\pi}{4})=1\Rightarrow\sin(2A-\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$

又 $0<A<\frac{\pi}{2}\Rightarrow 2A-\frac{\pi}{4}\in(-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$　　所以 $2A-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}\Rightarrow A=\frac{\pi}{4}$

故 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times8\times\sin\frac{\pi}{4}=2\sqrt{2}$

19、（13 分）设函数 f(x)＝$\frac{1}{2}$x^2＋e^x－xe^x.(1)求 f(x)的单调区间；

(2)若当 x∈[－2,2]时，不等式 f(x)＞m 恒成立，求实数 m 的取值范围.

(1)f(x)的单调减区间为(－∞，＋∞)．(2)m＜2－e^{2}时，不等式 f(x)＞m 恒成立.

20、（14 分）已知 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c\ (a,b,c\in R)$ 在 $x=-1$ 处取极值，且函数 $y=f'(x+\frac{3}{2})$ 为偶函数。

（1）求 $f(x)$ 的单调区间及单调性；

（2）若存在 $k\in(1,2]$，使得不等式 $f(k-\cos x)\geq f(k^2-\cos^2 x)$ 对任意 $x\in R$ 恒成立，试求出实数 k 的取值集合。.

解：（1）$\because f'(x)=3x^2+2ax+b,\therefore\ f'(x+\frac{3}{2})=3x^2+(9+2a)x+3a+b+\frac{27}{4}$

$\because y=f'(x+\frac{3}{2})$ 为偶函数，$\therefore 9+2a=0\Rightarrow a=-\frac{9}{2}$ ………………3 分

又 $f'(-1)=0$，$\therefore 3-2a+b=0$，故 $b=-12$ …………………… 4 分

$\therefore f'(x)>0\Leftrightarrow x<-1$ 或 $x>4$；$\therefore f'(x)<0\Leftrightarrow -1<x<4$

所以 $f(x)$ 的递增区间为 $(-\infty,-1)$ 和 $(4,+\infty)$，递减区间为 $(-1,4)$ …………6 分

（2）当 $k\in(1,2]$ 时，$0<k-\cos x\leq 3$，$0<k^2-\cos^2 x\leq 4$． ………………7 分

由（1）知， $f(x)$ 在 $(0,4)$ 上是减函数

要使 $f(k-\cos x)\geq f(k^2-\cos^2 x)$，$x\in\mathbf{R}$

只要 $k-\cos x\leq k^2-\cos^2 x(x\in\mathbf{R})$

即 $\cos^2 x-\cos x\leq k^2-k(x\in\mathbf{R})$ ① ………………9 分

设 $h(x)=\cos^2 x-\cos x=\left(\cos x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$，则函数 $h(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的最大值为 2．

要使①式恒成立，必须 $k^2-k\geq 2$，即 $k\geq 2$ 或 $k\leq -1$． ………………12 分

所以，在区间 $k\in(1,2]$ 上存在 $k=2$，使得 $f(k-\cos x)\geq f(k^2-\cos^2 x)$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$

恒成立．因此实数k的取值集合为$\{2\}$。……………………………13 分

21、（14 分）设函数$f(x)=(2-a)\ln x+\dfrac{1}{x}+2ax\ \ (a\in\mathrm{R})$.

（Ⅰ）当$a=0$时，求$f(x)$的极值；（Ⅱ）当$a<0$时，求$f(x)$的单调区间；

（Ⅲ）若对任意$a\in(-3,-2)$及$x_1,x_2\in[1,3]$，恒有$(m+\ln3)a-2\ln3>|f(x_1)-f(x_2)|$成立，求$m$的取值范围.

21. 解：（Ⅰ）依题意，知$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$.

当$a=0$时，$f(x)=2\ln x+\dfrac{1}{x}$，$f'(x)=\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{2x-1}{x^2}$. 令$f'(x)=0$，解得$x=\dfrac{1}{2}$. …2 分

当$0<x<\dfrac{1}{2}$时，$f'(x)<0$；当$x>\dfrac{1}{2}$时，$f'(x)>0$.

又$f(\dfrac{1}{2})=2-2\ln 2$，所以$f(x)$的极小值为$2-2\ln 2$，无极大值 .………4 分

（Ⅱ）$f'(x)=\dfrac{2-a}{x}-\dfrac{1}{x^2}+2a=\dfrac{2ax^2+(2-a)x-1}{x^2}$…………5 分

当$a<-2$时，$-\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{2}$，令$f'(x)<0$，得$x<-\dfrac{1}{a}$或$x>\dfrac{1}{2}$，令$f'(x)>0$，得$-\dfrac{1}{a}<x<\dfrac{1}{2}$；

当$-2<a<0$时，得$-\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{2}$，令$f'(x)<0$，得$0<x<\dfrac{1}{2}$或$x>-\dfrac{1}{a}$，

令$f'(x)>0$，得$\dfrac{1}{2}<x<-\dfrac{1}{a}$；当$a=-2$时，$f'(x)=-\dfrac{(2x-1)^2}{x^2}\le 0$. …………8 分

综上所述，当$a<-2$时，$f(x)$的递减区间为$(0,-\dfrac{1}{a}),(\dfrac{1}{2},+\infty)$；递增区间为$(-\dfrac{1}{a},\dfrac{1}{2})$.

当$a=-2$时，$f(x)$在$(0,+\infty)$单调递减.

当$-2<a<0$时，$f(x)$的递减区间为$(0,\dfrac{1}{2}),(-\dfrac{1}{a},+\infty)$；递增区间为$(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{a})$. …（9 分）

（Ⅲ）由（Ⅱ）可知，当$a\in(-3,-2)$时，$f(x)$在$[1,3]$单调递减.

当$x=1$时，$f(x)$取最大值；当$x=3$时，$f(x)$取最小值.

所以$|f(x_1)-f(x_2)|\le f(1)-f(3)=(1+2a)-\left[(2-a)\ln3+\dfrac{1}{3}+6a\right]=\dfrac{2}{3}-4a+(a-2)\ln 3$. …11 分

因为$(m+\ln 3)a-2\ln 3>\left|f(x_1)-f(x_2)\right|$恒成立，

所以$(m+\ln 3)a-2\ln 3>\frac{2}{3}-4a+(a-2)\ln 3$，整理得$ma>\frac{2}{3}-4a$.

又$a<0$ 所以$m<\frac{2}{3a}-4$，又因为$-3<a<-2$，得$-\frac{1}{3}<\frac{2}{3a}<-\frac{2}{9}$，

所以$-\frac{13}{3}<\frac{2}{3a}-4<-\frac{38}{9}$所以$m\le -\frac{13}{3}$.………14分

上式也可以化为：$(m+4)a-\frac{2}{3}>0$恒成立，利用一次函数求m的范围.