

将乐一中第三次月考文科数学试卷

一、选择题

- 1、抛物线 $x^2 = (2a-1)y$ 的准线方程是 $y=1$ ，则实数 a 等于()
 A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$
- 2、圆 $x^2+y^2-4x=0$ 在点 $P(1, \sqrt{3})$ 处的切线方程为().
 A. $x+\sqrt{3}y-2=0$ B. $x+\sqrt{3}y-4=0$ C. $x-\sqrt{3}y+4=0$ D. $x-\sqrt{3}y+2=0$
- 3、双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的焦距为 10，点 $P(2, 1)$ 在 C 的渐近线上，则 C 的方程为()
 A. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ B. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$ C. $\frac{x^2}{80} - \frac{y^2}{20} = 1$ D. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{80} = 1$
- 4、过点 $(0,1)$ 作直线，使它与抛物线 $y^2=4x$ 仅有一个公共点，这样的直线有()
 A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条
- 5、在下列关于直线 l 、 m 与平面 α 、 β 的命题中，真命题是()
 A. 若 $l \subset \beta$ ，且 $\alpha \perp \beta$ ，则 $l \perp \alpha$ B. 若 $l \perp \beta$ ，且 $\alpha // \beta$ ，则 $l \perp \alpha$
 C. 若 $\alpha \cap \beta = m$ ，且 $l \perp m$ ，则 $l // \alpha$ D. 若 $l \perp \beta$ ，且 $\alpha \perp \beta$ ，则 $l // \alpha$
- 6、一个几何体的三视图如图所示，其中正视图和侧视图是腰长为 1 的两个全等的等腰直角三角形，则该几何体的外接球的表面积为()
 A. 12π B. $4\sqrt{3}\pi$
 C. 3π D. $12\sqrt{3}\pi$
-
- 7、已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ ，过其焦点且斜率为 1 的直线交抛物线 AB 的中点的纵坐标为 2，则该抛物线的准线方程为().
 A. $x=1$ B. $x=-1$ C. $x=2$ D. $x=-2$
- 8、已知直线 $l_1: 4x-3y+6=0$ 和直线 $l_2: x=-1$ ，抛物线 $y^2=4x$ 上一动点 P 到直线 l_1 和直线 l_2 的距离之和的最小值是()
 A. 2 B. 3 C. $\frac{11}{5}$ D. $\frac{37}{16}$
- 9、设双曲线的一个焦点为 F ，虚轴的一个端点为 B ，如果直线 FB 与该双曲线的一条渐近线垂直，那么此双曲线的离心率为()
 A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
- 10、设 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的两个焦点， P 在双曲线上， $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$ ，则 P 的纵坐标是()
 A. ± 2 B. 2 C. $\pm \frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

11、设直线 l 的方程为 $x + y \cos \theta + 3 = 0 (\theta \in R)$ ，则直线 l 的倾斜角的范围是()。

- A. $[0, \pi)$ B. $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ C. $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$ D. $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right]$

12、已知两点 $M\left(1, \frac{5}{4}\right), N\left(-4, -\frac{5}{4}\right)$ ，给出下列曲线方程：① $4x + y - 1 = 0$ ；②

$x^2 + y^2 = 3$ ；③ $x^2 + 2y^2 = 1$ ；④ $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 。在曲线上存在点 P 满足 $|MP| = |NP|$ 的

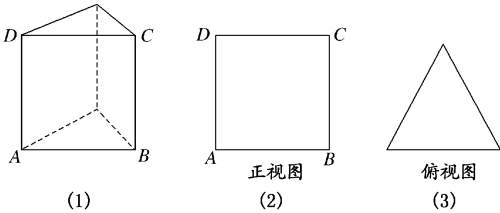
所有曲线方程是

- A. ①②④ B. ①③ C. ②④ D. ②③④

二、填空题

13、已知直线 $l_1: (k-3)x + (4-k)y + 1 = 0$ 与 $l_2: 2(k-3)x - 2y + 3 = 0$ 平行，则 k 的值是

14、如图(1)，直三棱柱的侧棱长和底面边长均为 2，正视图和俯视图如图(2)(3)所示，则其侧视图的面积为_____



15、已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 左、右焦点分别为

双曲线一个交点为 P ，且 $\angle PF_1F_2 = \frac{\pi}{6}$ ，则双曲线的渐近线方程为_____

16、若点 O 和点 $F(-2, 0)$ 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 的中心和左焦点，点 P 为双曲线右

支上的任意一点，则 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{FP}$ 的取值范围为_____

将乐一中 2014 届高三文科数学第一次月考答题卷

一、选择题 (5*12)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

二、填空题 (4*4)

13、_____ 14、_____

15、_____ 16、_____

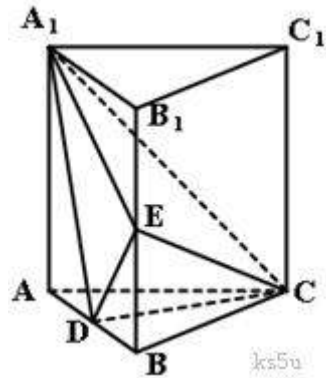
三、解答题

17、已知圆 C 的圆心在 x 轴上，且过点 $(2,2), (4,0)$ ；直线 $l: y = \frac{1}{3}x$ 。

(1) 求圆 C 的标准方程；(2) 求直线 l 截圆 C 的弦长。

18、直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AC = BC = AA_1 = 2$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ 。 E 为 BB_1 的中点， D 点在 AB 上且 $DE = \sqrt{3}$ 。

- (1) 求证： $CD \perp$ 平面 A_1ABB_1 ；
 (2) 求三棱锥 $A_1 - CDE$ 的体积。



准考证号

姓名

班级

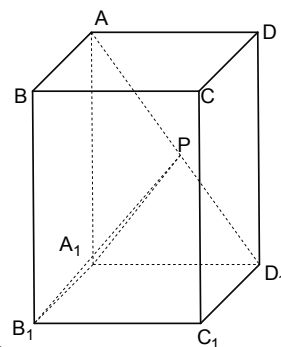
19、如图，已知 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 是底面为正方形的长方体， $\angle AD_1A_1 = 60^\circ$ ， $AD_1 = 4$ ，

点 P 是 AD_1 上的动点.

(1) 试判断不论点 P 在 AD_1 上的任何位置，是否都有平面 B_1PA_1

垂直于平面 AA_1D_1 ？并证明你的结论；

(2) 当 P 为 AD_1 的中点时，求异面直线 AA_1 与 B_1P 所成角的余弦值；



20、已知椭圆 $G: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ，右焦点为 $(2\sqrt{2}, 0)$ ，斜率为 1 的直

线 l 与椭圆 G 交于 A, B 两点，以 AB 为底边作等腰三角形，顶点为 $P(-3, 2)$ 。

(1) 求椭圆 G 的方程；(2) 求 ΔPAB 的面积。

将乐一中第三次月考文科数学试卷

一、选择题

- 1、抛物线 $x^2 = (2a-1)y$ 的准线方程是 $y=1$ ，则实数 a 等于(D)
 A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$
- 2、圆 $x^2+y^2-4x=0$ 在点 $P(1, \sqrt{3})$ 处的切线方程为(D).
 A. $x+\sqrt{3}y-2=0$ B. $x+\sqrt{3}y-4=0$ C. $x-\sqrt{3}y+4=0$ D. $x-\sqrt{3}y+2=0$

- 3、双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的焦距为 10，点 $P(2, 1)$ 在 C 的渐近线上，则 C 的方程为(A)

- A. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ B. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$ C. $\frac{x^2}{80} - \frac{y^2}{20} = 1$ D. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{80} = 1$

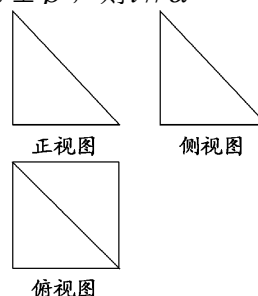
- 4、过点 $(0,1)$ 作直线，使它与抛物线 $y^2=4x$ 仅有一个公共点，这样的直线有(C)
 A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

- 5、在下列关于直线 l 、 m 与平面 α 、 β 的命题中，真命题是(B)

- A. 若 $l \subset \beta$ ，且 $\alpha \perp \beta$ ，则 $l \perp \alpha$ B. 若 $l \perp \beta$ ，且 $\alpha // \beta$ ，则 $l \perp \alpha$

- C. 若 $\alpha \cap \beta = m$ ，且 $l \perp m$ ，则 $l // \alpha$ D. 若 $l \perp \beta$ ，且 $\alpha \perp \beta$ ，则 $l // \alpha$

- 6、一个几何体的三视图如图所示，其中正视图和侧视图是腰长为 1 的两个全等的等腰直角三角形，则该几何体的外接球的表面积为



- (C)
 A. 12π B. $4\sqrt{3}\pi$
 C. 3π D. $12\sqrt{3}\pi$

- 7、已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ ，过其焦点且斜率为 1 的直线交抛物线于 A, B 两点，若线段 AB 的中点的纵坐标为 2，则该抛物线的准线方程为(B).

- A. $x=1$ B. $x=-1$ C. $x=2$ D. $x=-2$

- 8、已知直线 $l_1: 4x-3y+6=0$ 和直线 $l_2: x=-1$ ，抛物线 $y^2=4x$ 上一动点 P 到直线 l_1 和直线 l_2 的距离之和的最小值是(A)

- A. 2 B. 3 C. $\frac{11}{5}$ D. $\frac{37}{16}$

- 9、设双曲线的一个焦点为 F ，虚轴的一个端点为 B ，如果直线 FB 与该双曲线的一条渐近线垂直，那么此双曲线的离心率为(D)

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

- 10、设 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的两个焦点， P 在双曲线上， $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$ ，则 P 的纵坐标是(C)

- A. ± 2 B. 2 C. $\pm \frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

11、设直线 l 的方程为 $x + y \cos \theta + 3 = 0 (\theta \in R)$ ，则直线 l 的倾斜角的范围是(C)。

- A. $[0, \pi)$ B. $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ C. $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ D. $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$

12、已知两点 $M(1, \frac{5}{4}), N(-4, -\frac{5}{4})$ ，给出下列曲线方程：① $4x + y - 1 = 0$ ；②

$x^2 + y^2 = 3$ ；③ $x^2 + 2y^2 = 1$ ；④ $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 。在曲线上存在点 P 满足 $|MP| = |NP|$ 的

所有曲线方程是(A)

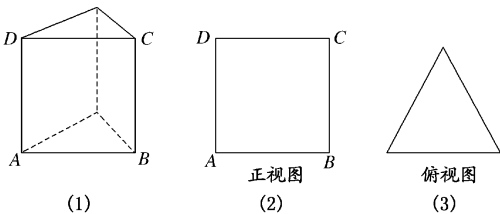
- A. ①②④ B. ①③ C. ②④ D. ②③④

二、填空题

13、已知直线 $l_1: (k-3)x + (4-k)y + 1 = 0$ 与 $l_2: 2(k-3)x - 2y + 3 = 0$ 平行，则 k 的值是 3 或 5

14、如图(1)，直三棱柱的侧棱长和底面边长均为 2，D 正视图和俯视图如图(2)(3)所示，则其侧视图的面积

为 $2\sqrt{3}$



15、已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 左、右焦点分别为

双曲线一个交点为 P ，且 $\angle PF_1F_2 = \frac{\pi}{6}$ ，则双曲线的渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{2}x$

16、若点 O 和点 $F(-2, 0)$ 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 的中心和左焦点，点 P 为双曲线右

支上的任意一点，则 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{FP}$ 的取值范围为 $[3 + 2\sqrt{3}, +\infty)$

三、解答题

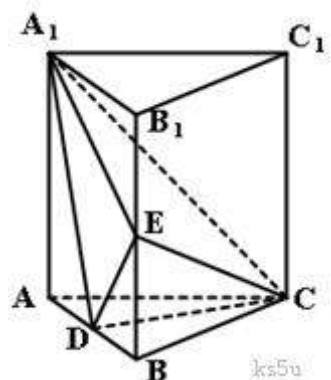
17、已知圆 C 的圆心在 x 轴上，且过点 $(2, 2), (4, 0)$ ；直线 $l: y = \frac{1}{3}x$ 。

- (1) 求圆 C 的标准方程；(2) 求直线 l 截圆 C 的弦长。

18、直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AC = BC = AA_1 = 2$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ 。E

为 BB_1 的中点，D 点在 AB 上且 $DE = \sqrt{3}$ 。

- (1) 求证： $CD \perp$ 平面 A_1ABB_1 ；
(2) 求三棱锥 $A_1 - CDE$ 的体积。



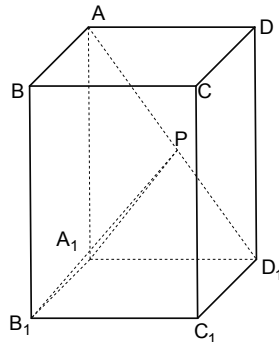
19、如图，已知 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是底面为正方形的长方体， $\angle AD_1A_1 = 60^\circ$ ， $AD_1 = 4$ ，

点 P 是 AD_1 上的动点.

(1) 试判断不论点 P 在 AD_1 上的任何位置，是否都有平面 B_1PA_1

垂直于平面 AA_1D_1 ？并证明你的结论；

(2) 当 P 为 AD_1 的中点时，求异面直线 AA_1 与 B_1P 所成角的余弦值；



20、已知椭圆 $G: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ，右焦点为 $(2\sqrt{2}, 0)$ ，斜率为 1 的直

线 l 与椭圆 G 交于 A, B 两点，以 AB 为底边作等腰三角形，顶点为 $P(-3, 2)$ 。

(1) 求椭圆 G 的方程；(2) 求 ΔPAB 的面积。

解：(1) $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3}, c = 2\sqrt{2}, a = 2\sqrt{3}, b^2 = a^2 - c^2 = 4$

于是椭圆方程是 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$

(2) 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ， AB 中点 $C(x_0, y_0)$

因为 $|PA| = |PB|$ 所以 $PC \perp AB, \frac{y_0 - 2}{x_0} = -1$ ①

设直线 $l: y = x + m$,

联立 $\begin{cases} y = x + m \\ x^2 + 3y^2 = 12 \end{cases}$, 消 y 得 $4x^2 + 6mx + 3m^2 - 12 = 0$ ②

$x_1 + x_2 = -\frac{3m}{2}, x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{3m}{4}, y_0 = x_0 + m = \frac{m}{4}$ 代入 ①

$$\frac{\frac{m}{4} - 2}{-\frac{3m}{4}} = -1, m = 2$$

代入 ② 得 $x^2 + 3x = 0, x_1 = -3, x_2 = 0$ ，于是 $|AB| = \sqrt{1+k^2} |x_1 - x_2| = 3\sqrt{2}$

直线 $l: y = x + 2$ ， $P(-3, 2)$ 到 $x - y + 2 = 0$ 的距离 $d = \frac{3}{\sqrt{2}}$,

$$S_{\Delta PAB} = \frac{1}{2} |AB| d = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{9}{2}$$

21、双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上一点 $(2, \sqrt{3})$ 到左、右两焦点距离的差为 2.

(1) 求双曲线的方程;

(2) 设 F_1, F_2 是双曲线的左右焦点, P 是双曲线上的点, 若 $|PF_1| + |PF_2| = 6$,

求 ΔPF_1F_2 的面积;

(3) 过 $(-2, 0)$ 作直线 l 交双曲线 C 于 A, B 两点, 若 $\overline{OP} = \overline{OA} + \overline{OB}$, 是否存在这样的直线 l , 使 $OAPB$ 为矩形? 若存在, 求出 l 的方程, 若不存在, 说明理由.

解: (1) $\frac{4}{a^2} - \frac{3}{b^2} = 1, 2a = 2, a = 1, b = 1$, 双曲线的方程 $x^2 - y^2 = 1$

(2) 因 $|PF_1| + |PF_2| = 6$, 故 P 在以 F_1, F_2 为焦点的椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$ 上

$$\text{联立} \begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1 \end{cases}, \frac{16y^2}{7} = 8, y = \pm \frac{\sqrt{14}}{2}, |F_1F_2| = 2c = 2\sqrt{2}$$

$$S_{\Delta PF_1F_2} = \frac{1}{2} \times |F_1F_2| \times |y| = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{14}}{2} = \sqrt{7}$$

(3) 假设存在直线 l 满足条件, 则 $\overline{OA} \cdot \overline{OB} = 0$

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $x_1x_2 + y_1y_2 = 0$

设直线 $l: x = ty + 2$, 联立 $\begin{cases} x = ty + 2 \\ x^2 - y^2 = 1 \end{cases}$ 消 x 得 $(t^2 - 1)y^2 + 4ty + 3 = 0$

$$y_1 + y_2 = -\frac{4t}{t^2 - 1}, y_1y_2 = \frac{3}{t^2 - 1}$$

$$\begin{aligned} x_1x_2 &= (ty_1 + 2)(ty_2 + 2) = t^2y_1y_2 + 2t(y_1 + y_2) + 4 \\ &= \frac{3t^2}{t^2 - 1} - \frac{8t^2}{t^2 - 1} + 4 = \frac{-t^2 - 4}{t^2 - 1} \end{aligned}$$

代入得 $\frac{-t^2 - 1}{t^2 - 1} = 0$ 无解, 于是不存在

22、已知椭圆 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 两焦点分别为 F_1, F_2 , P 是椭圆在第一象限弧上一点,

并满足 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 1$, 过 P 作倾斜角互补的两条直线 PA, PB 分别交椭圆于

A、B 两点.

(1) 求 P 点坐标; (2) 求直线 AB 的斜率;

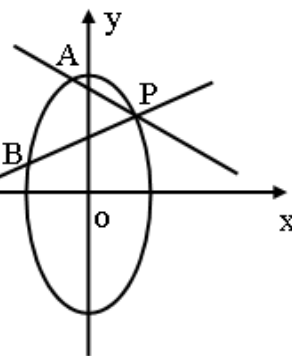
(3) 求 $\triangle PAB$ 面积的最大值.

解: (1)

$c^2 = 2, c = \sqrt{2}, F_1(0, -\sqrt{2}), F_2(0, \sqrt{2})$, 设 $P(x, y) (x > 0, y > 0)$

$$\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = (-x, -\sqrt{2}-y) \cdot (-x, \sqrt{2}-y) = x^2 + y^2 - 2 = 1$$

$$x^2 + y^2 = 3, \text{ 由 } \begin{cases} x^2 + y^2 = 3 \\ 2x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = 1 \\ y = \sqrt{2} \end{cases}, P(1, \sqrt{2})$$



设则

(2) 直线 PA, PB 倾斜角互补

$$\text{设 } PA: y = k(x-1) + \sqrt{2}, \quad PB: y = -k(x-1) + \sqrt{2}$$

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

$$\text{由 } \begin{cases} y = kx + \sqrt{2} - k \\ 2x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \text{ 消去 } y \text{ 得 } (k^2 + 2)x^2 + 2k(\sqrt{2} - k)x + k^2 - 2\sqrt{2}k - 2 = 0$$

$$\text{两根为 } x_1, 1, \text{ 故 } x_1 = \frac{k^2 - 2\sqrt{2}k - 2}{k^2 + 2}, \text{ 同理 } x_2 = \frac{k^2 + 2\sqrt{2}k - 2}{k^2 + 2}$$

$$\begin{aligned} K_{AB} &= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{kx_1 + \sqrt{2} - k - (-kx_2 + \sqrt{2} + k)}{x_1 - x_2} \\ &= \frac{k[(x_1 + x_2) - 2]}{x_1 - x_2} = \frac{k(\frac{2k^2 - 4}{k^2 + 2} - 2)}{\frac{-4\sqrt{2}k}{k^2 + 2}} = \frac{-8}{-4\sqrt{2}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

(3) 设直线 $AB: y = \sqrt{2}x + m$

$$\text{联立 } \begin{cases} y = \sqrt{2}x + m \\ 2x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \text{ 消 } y \text{ 得 } 4x^2 + 2\sqrt{2}mx + m^2 - 4 = 0$$

$$4x^2 + 2\sqrt{2}mx + m^2 - 4 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{\sqrt{2}m}{2}, x_1x_2 = \frac{m^2 - 4}{4}, \Delta = 8m^2 - 16(m^2 - 4) > 0, m^2 < 8, -2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$$

$$|AB| = \sqrt{1+2} \sqrt{\left(-\frac{\sqrt{2}m}{2}\right)^2 - 4 \times \frac{m^2 - 4}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \sqrt{8 - m^2}$$

$P(1, \sqrt{2})$ 到 $\sqrt{2}x - y + m = 0$ 的距离是 $d = \frac{|m|}{\sqrt{3}}$

$$\begin{aligned} S_{\Delta PAB} &= \frac{1}{2} \times |AB| d = \frac{1}{2\sqrt{2}} |m| \sqrt{8-m^2} = \frac{1}{2\sqrt{2}} |m| \sqrt{8-m^2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{4} \sqrt{m^2(8-m^2)} \leq \frac{\sqrt{2}}{4} \times \frac{m^2 + 8 - m^2}{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

当且仅当 $m^2 = 8 - m^2$, 即 $m = \pm 2$, 故 $S_{\Delta PAB}$ 最大值 $= \sqrt{2}$