解几练习五(廖老师出题)

1．直线$x\sin\theta+y\cos\theta=R$与圆$x^2+y^2=R^2$的位置关系为　　　　（　　）

A．相切　　B．相交　　C．相离　　D．随θ的变化而变化

2、若椭圆的对称轴在坐标轴上，短轴的一个端点与两个焦点组成一个正三角形，焦点到椭圆上点的最短是距离为$\sqrt{3}$，这个椭圆方程为　　　　（　　）

A．$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{9}=1$　B．$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{12}=1$　C．$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{9}=1$或$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{12}=1$　D．以上都不对

3．双曲线与椭圆$\frac{x^2}{5}+y^2=1$共焦点，且一条渐近线方程是$\sqrt{3}x-y=0$，则此双曲线方程为（　　）　A．$y^2-\frac{x^2}{3}=1$　B．$\frac{y^2}{3}-x^2=1$　C．$x^2-\frac{y^2}{3}=1$　D．$\frac{x^2}{3}-y^2=1$

4．设F_1，F_2为双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的两个焦点，点P在双曲线上，且满足$\angle F_1PF_2=90^\circ$，则△F_1PF_2的面积是　　　　（　　）

A．1　　B．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

5．已知A、B抛物线$y^2=4x$上两点，O为坐标原点，若|OA|=|OB|，且△AOB的垂心恰是此抛物线的焦点，则直线AB的方程是　　　　（　　）

A．2　　B．$x=\frac{5}{2}$　　C．$x=5$　　D．$x=3$

6．由直线$y=x+2$上的点P向圆C：$(x-4)^2+(y+2)^2=1$引切线PT(T为切点)，当$|PT|$最小时，点P的坐标是(　　)　A．(－1,1)　B．(0,2)　C．(－2,0)　D．(1,3)

7．抛物线$y=mx^2$过A(2，-12)点，则抛物线的焦点坐标是______________

8、椭圆$5x^2-ky^2=5$的一个焦点是(0，2)，那么k=__________

9．双曲线$\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$上一点P到它的右焦点距离是8，则P点到它的左焦点的距离为_____

10、点M在抛物线$y^2=8x$上,，M到准线的距离为d ,A(1,4)，则d+|MA|的最小值＝_____

11、已知F_1、F_2分别是椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右焦点，BC是过$F_1$通径，若$\Delta F_2BC$是直角三角形，则该椭圆的离心率=______

12、一光线从点A（－3，2）射到x轴上，再反射到圆$x^2+y^2-6y+5=0$上一点P，则光线从点A到点P所经过路程的最大值为______________.

13、已知圆经过点A(1,1)、B(4,2)，且在A点处的切线在x轴上的截距为$-\frac{1}{3}$，

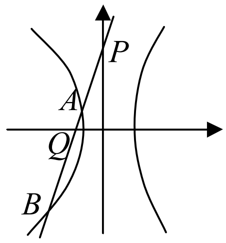
(1)求这个圆的方程(2)过原点的直线l被这个圆截得弦长为6求直线l的方程

14、若点 A(x_0, y_0)是抛物线$y^2=2px$上的定点，B,C 是抛物线上的动点，且直线 AB 与 AC 的倾斜角互补，求证直线 BC 的斜率是定值

15、双曲线 C 与椭圆 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ 有相同的焦点，直线 $y=\sqrt{3}x$ 为 C 的一条渐近线.

（1）求双曲线 C 的方程；

（2）过点 $P(0,4)$ 的直线 l，交双曲线 C 于 A,B 两点，交 x 轴于 Q 点（Q 点与 C 的顶点不重合）. 当 $\overrightarrow{PQ}=\lambda_1\overrightarrow{QA}=\lambda_2\overrightarrow{QB}$，且 $\lambda_1+\lambda_2=-\frac{8}{3}$ 时，求直线 l 的方程.



16、已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，短轴的一个端点为$M(0,-1)$，直线$l$：$y=kx-\frac{1}{3}$与椭圆相交于不同的两点$A$，$B$.

(1)若$|AB|=\frac{4\sqrt{26}}{9}$，求$k$的值；

(2)问是否存在定点Q,使得不论k取何值，以AB为直径的圆恒过定点Q?

解几练习五(廖老师出题)

1．直线 $x\sin\theta + y\cos\theta = R$ 与圆 $x^2 + y^2 = R^2$ 的位置关系为（A ）

A．相切 B．相交 C．相离 D．随θ的变化而变化

2、若椭圆的对称轴在坐标轴上，短轴的一个端点与两个焦点组成一个正三角形，焦点到椭圆上点的最短是距离为 $\sqrt{3}$，这个椭圆方程为（ C）

A. $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{9}=1$ B. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{12}=1$ C. $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{9}=1$或$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{12}=1$ D. 以上都不对

3．双曲线与椭圆 $\frac{x^2}{5}+y^2=1$ 共焦点，且一条渐近线方程是 $\sqrt{3}x-y=0$，则此双曲线方程为（ C ） A. $y^2-\frac{x^2}{3}=1$ B. $\frac{y^2}{3}-x^2=1$ C. $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ D. $\frac{x^2}{3}-y^2=1$

4．设 F_1，F_2 为双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的两个焦点，点 P 在双曲线上，且满足 $\angle F_1PF_2=90^\circ$，则△F_1PF_2 的面积是（A ）

A．1 B．$\frac{\sqrt{5}}{2}$ C．2 D．$\sqrt{5}$

5．已知 A、B 抛物线 $y^2=4x$ 上两点，O 为坐标原点，若|OA|=|OB|，且△AOB 的垂心恰是此抛物线的焦点，则直线 AB 的方程是（ C ）

A．2 B．$x=\frac{5}{2}$ C．$x=5$ D．$x=3$

6．由直线 $y=x+2$ 上的点 P 向圆 C：$(x-4)^2+(y+2)^2=1$ 引切线 PT(T 为切点)，当$|PT|$最小时，点 P 的坐标是(B) A．(－1,1) B．(0,2) C．(－2,0) D．(1,3)

7. 抛物线 $y=mx^2$ 过 A(2,－12)点，则抛物线的焦点坐标是__(0,-1/12)____________

8、椭圆 $5x^2-ky^2=5$ 的一个焦点是(0，2)，那么 k=__−1_______

9．双曲线 $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$ 上一点 P 到它的右焦点距离是 8，则 P 点到它的左焦点的距离为_24__

10、点 M 在抛物线 $y^2=8x$ 上,， M 到准线的距离为 d ,A(1,4) ，则 d+|MA|的最小值＝6___

11、已知 F_1、F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点， BC 是过 F_1 通径，若 ΔF_2BC 是直角三角形，则该椭圆的离心率=__$\sqrt{2}-1$____

12、一光线从点 A（－3，2）射到 x 轴上，再反射到圆 $x^2+y^2-6y+5=0$ 上一点 P，则光线从点 A 到点 P 所经过路程的最大值为 $\underline{\sqrt{34}+2}$.

13、已知圆经过点 A(1,1)、B(4,2)，且在 A 点处的切线在 x 轴上的截距为 $-\frac{1}{3}$，

(1)求这个圆的方程(2)过原点的直线 l 被这个圆截得弦长为 6 求直线 l 的方程

解：$k_{AB}=\frac{1}{3}$，AB 中点 $(\frac{5}{2},\frac{3}{2})$，$AB$ 中垂线 $y-\frac{3}{2}=-3(x-\frac{5}{2})$，即 $y=-3x+9$（1）

在 A 点处的切线过 A(1,1)，C（$-\frac{1}{3}$，0）点，切线 $k_{AC}=\frac{1}{\frac{4}{3}}=\frac{3}{4}$，

过 A(1,1)点 AC 的垂线方程为 $y-1=-\frac{4}{3}(x-1)$，即 $y=-\frac{4}{3}x+\frac{7}{3}$（2）

联立（1）（2）得圆心 D$(4,-3)$，故 $|AD|=5$，圆方程 $(x-4)^2+(y+3)^2=25$

(2) 易知直线l为 y 轴满足条件

当直线l的斜率存在时设l： $y=kx$，

于是圆心(4,-3)到l的距离$d=\frac{|4k+3|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{5^2-3^2},(4k+3)^2=16(k^2+1),k=\frac{7}{24}$

综上l的方程是$x=0$或 $y=\frac{7}{24}x$

14、若点 A(x_0,y_0)是抛物线$y^2=2px$上的定点，B,C 是抛物线上的动点，且直线 AB 与 AC 的倾斜角互补，求证直线 BC 的斜率是定值

证明： $B(\frac{y_1^{\ 2}}{2p},y_1)$， $C(\frac{y_2^{\ 2}}{2p},y_2,)$ 则$K_{BC}=\frac{y_1-y_2}{\frac{y_1^{\ 2}}{2p}-\frac{y_2^{\ 2}}{2p}}=\frac{2p}{y_1+y_2}$

因为直线 AB 与 AC 的倾斜角互补，于是设直线 AB 与 AC 的方程分别为

$y-y_0=k(x-x_0),y-y_0=-k(x-x_0)$

联立$\begin{cases}y-y_0=k(x-x_0)\\y^2=2px\end{cases}$消经 x 得$\frac{k}{2p}y^2-y+y_0-kx_0=0$的根是 y_0与y_1

于是$y_0+y_1=\frac{2p}{k},y_1=\frac{2p}{k}-y_0$,同理$y_2=-\frac{2p}{k}-y_0$，故$y_1+y_2=-2y_0$， $K_{BC}=-\frac{p}{y_0}$

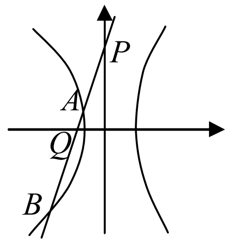
15、双曲线 C 与椭圆$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$有相同的焦点，直线 $y=\sqrt{3}x$ 为 C 的一条渐近线.

（1）求双曲线 C 的方程；

（2）过点 $P(0,4)$ 的直线l，交双曲线 C 于 A,B 两点，交 x 轴于 Q 点（Q 点与 C 的顶点不重合）. 当$\overrightarrow{PQ}=\lambda_1\overrightarrow{QA}=\lambda_2\overrightarrow{QB}$，且$\lambda_1+\lambda_2=-\frac{8}{3}$时，求直线$l$的方程.

解:（Ⅰ）设双曲线方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 由椭圆$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ 求得两焦点为$(-2,0),(2,0)$，

$\therefore$ 对于双曲线$C:c=2$，又$y=\sqrt{3}x$为双曲线C的一条渐近线



$\therefore \frac{b}{a}=\sqrt{3}$ 解得 $a^2=1,b^2=3$，

$\therefore$ 双曲线C的方程为$x^2-\frac{y^2}{3}=1$

（Ⅱ）由题意知直线l的斜率k存在且不等于零。

设l的方程：$y=kx+4,A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$则$Q(-\frac{4}{k},0)$

$\overrightarrow{PQ}=\lambda_1\overrightarrow{QA}=\lambda_2\overrightarrow{QB}$ $\therefore(-\frac{4}{k},-4)=\lambda_1(x_1+\frac{4}{k},y_1)=\lambda_2(x_2+\frac{4}{k},y_2)$

$\therefore\begin{cases}-4=\lambda_1y_1\\-4=\lambda_2y_2\end{cases}\Rightarrow\lambda_1=-\frac{4}{y_1},\lambda_2=-\frac{4}{y_2}$

$,\lambda_1+\lambda_2=-\frac{8}{3}$， $-\frac{4}{y_1}-\frac{4}{y_2}=-\frac{8}{3},3(y_1+y_2)=2y_1y_2$，

联立$\begin{cases} y=kx+4 \\ 3x^2-y^2=3 \end{cases}$,消x得$(1-k^2)y^2-8y+16-k^2=0$

$y_1+y_2=\dfrac{8}{1-k^2}, y_1y_2=\dfrac{16-k^2}{1-k^2}$,代入(2)得$\dfrac{24}{1-k^2}=\dfrac{2(16-k^2)}{1-k^2}$

$\therefore k^2=4$，$k=\pm 2$，此时$\Delta>0, \therefore l: y=\pm 2x+4$.

16、已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，短轴的一个端点为$M(0,-1)$，直线$l$：$y=kx-\dfrac{1}{3}$与椭圆相交于不同的两点$A$，$B$.

(1)若$|AB|=\dfrac{4\sqrt{26}}{9}$，求$k$的值；

(2)问是否存在定点Q,使得不论k取何值，以AB为直径的圆恒过定点Q?

解：(1)由题意知$\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$b=1$.由$a^2=b^2+c^2$可得$c=b=1$，$a=\sqrt{2}$，

$\therefore$椭圆的方程为$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$.

由$\begin{cases} y=kx-\dfrac{1}{3}, \\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1 \end{cases}$ 得$(2k^2+1)x^2-\dfrac{4}{3}kx-\dfrac{16}{9}=0$.

设$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，

则$x_1+x_2=\dfrac{4k}{3(2k^2+1)}$，$x_1x_2=-\dfrac{16}{9(2k^2+1)}$.

$$|AB|=\sqrt{(1+k^2)[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}=\sqrt{(1+k^2)[\frac{16k^2}{9(2k^2+1)^2}+\frac{64}{9(2k^2+1)}]}=\frac{4\sqrt{26}}{9}$$

化简得$23k^4-13k^2-10=0$，即$(k^2-1)(23k^2+10)=0$，解得$k=\pm 1$.

(2)假设存在定点Q满足条件，由对称性知Q点必在y轴上，设为Q(0,m)

则$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$，$\overrightarrow{MA}$，$=(x_1，y_1-m)$，$\overrightarrow{MB}=(x_2，y_2-m)$，

$x_1x_2+(y_1-m)(y_2-m)=0, x_1x_2+y_1y_2-m(y_1+y_2)+m^2=0$，

由$\begin{cases} y=kx-\dfrac{1}{3}, \\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1 \end{cases}$ 消去x得 $(2k^2+1)y^2+\dfrac{2}{3}y+\dfrac{1-18k^2}{9}=0$

$y_1+y_2=-\dfrac{2}{3(2k^2+1)}, y_1y_2=\dfrac{1-18k^2}{9(2k^2+1)}$

于是$-\dfrac{16}{9(2k^2+1)}+\dfrac{1-18k^2}{9(2k^2+1)}+\dfrac{2m}{3(2k^2+1)}+m^2=0$

$-16+1-18k^2+6m+9m^2(2k^2+1)=0$，$18k^2(m^2-1)+9m^2+6m-15=0$

对$k\in R$都成立，则$\begin{cases} m^2-1=0 \\ 9m^2+6m-15=0 \end{cases}$,解得m=1