2013年福州市高中毕业班质量检查

数学(文科)试卷

（完卷时间120分钟；满分150分）

注意事项：

1．本科考试分试题卷和答题卷，考生须在答题卷上作答，答题前，请在答题卷内填写学校、班级、准考证号、姓名；

2．本试卷分为第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，全卷满分150分，考试时间120分钟.

参考公式：

样本数据x_1，x_2，…，x_n的标准差

$$s=\sqrt{\frac{1}{n}\left[\left(x_1-\overline{x}\right)^2+\left(x_2-\overline{x}\right)^2+\cdots+\left(x_n-\overline{x}\right)^2\right]}$$

其中$\overline{x}$为样本平均数

柱体体积公式

$V=Sh$

其中S为底面面积，h为高

锥体体积公式

$V=\frac{1}{3}Sh$

其中S为底面面积，h为高

球的表面积、体积公式

$S=4\pi R^2$，$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中R为球的半径

第Ⅰ卷　（选择题　共60分）

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题所给的四个答案中有且只有一个答案是正确的．把正确选项涂在答题卡的相应位置上.）

1. i是虚数单位，复数$z=(x+2i)i\ (x\in R)$，若z的虚部为2，则$x=$

A．-2　　B．2　　C．-1　　D．1

2. 已知集合$A=\left\{x\left|0<x<1\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|0<x<c\right.\right\}$，若$A\cup B=B$，则实数$c$的取值范围是

A. $(0,1]$　　B. $[1,+\infty)$　　C. $(0,1)$　　D. $(1,+\infty)$

3. 命题“存在$x\in R$，$x^3-x^2+1>0$”的否定是

A．不存在$x\in R$，$x^3-x^2+1\le 0$　　B．存在$x\in R$，$x^3-x^2+1\le 0$

C．对任意的$x\in R$，$x^3-x^2+1\le 0$　　D．对任意的$x\in R$，$x^3-x^2+1>0$

4.已知圆C：$x^2+y^2=2$与直线l：$x+y+\sqrt{2}=0$，则圆C被直线l所截得的弦长为

A．1　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$2\sqrt{3}$

5. 已知命题“直线l与平面α有公共点”是真命题，那么下列命题：

①直线l上的点都在平面α内；

②直线l上有些点不在平面α内；

③平面α内任意一条直线都不与直线l平行．其中真命题的个数是

A. 0　　　　B. 1　　　　C. 2　　　　D. 3

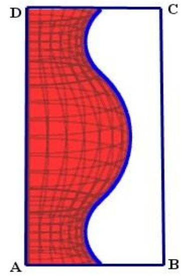
6. 在正项等比数列$\{a_n\}$中，已知$a_3 \cdot a_5 = 64$，则$a_1 + a_7$的最小值为

A. 64　　　　B. 32　　　　C. 16　　　　D. 8

7. 如图面积为 4 的矩形 ABCD 中有一个阴影部分，若往矩形 ABCD 投掷 1000 个点，落在矩形 ABCD 的非阴影部分中的点数为 400 个，试估计阴影部分的面积为

A. 2.2　　　　B. 2.4

C. 2.6　　　　D. 2.8



第 7 题图

8. 设动点$P(x,y)$满足$\begin{cases} 2x+y\le 4 \\ x+2y\ge 2 \\ x\ge 0 \end{cases}$，则$z=x-y$的最小值是

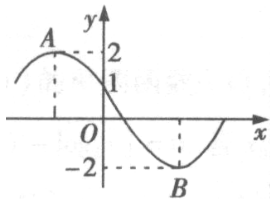
A. 2　　　　B. −4　　　　C. −1　　　　D. 4

9. 如图所示为函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0, 0\le\varphi\le\pi)$的部分图象，其中 A，B 两点之间的距离为 5，那么$f(-1)=$.

A. 2　　　B. 1　　　C. -1　　　D. -2

10. 已知$\left|\overrightarrow{OA}\right|$=1，$\left|\overrightarrow{OB}\right|$ =$\sqrt{3}$，$\overrightarrow{OA}$ • $\overrightarrow{OB}$=0，点 C 在∠AOB 内，且∠AOC=60°，设$\overrightarrow{OC}$=$m\overrightarrow{OA}$+$n\overrightarrow{OB}$（m，n∈ R），则$\dfrac{m}{n}$=

A. $\dfrac{1}{4}$　　　B. $\dfrac{1}{3}$　　　C. $\dfrac{1}{2}$　　　D. 1



第 9 题图

11. 已知抛物线$x^2=-4y$的准线与双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两条渐近线围成一个等腰直角三角形，则该双曲线的离心率是

A. $\sqrt{2}$　　　B. 2　　　C. $\sqrt{5}$　　　D. 5

12.对于函数$f(x)$与$g(x)$和区间 D，如果存在$x_0\in D$，使$\left|f(x_0)-g(x_0)\right|\le 1$，则称$x_0$是函数$f(x)$与$g(x)$在区间 D 上的“友好点”．现给出两个函数

① $f(x)=x^2$， $g(x)=2x-3$　　　　② $f(x)=\sqrt{x}$， $g(x)=x+2$

③ $f(x)=e^{-x}$， $g(x)=-\dfrac{1}{x}$　　　　④ $f(x)=\ln x$ ， $g(x)=x-\dfrac{1}{2}$

其中在区间$\left(0,+\infty\right)$上存在“友好点”的有

A．①②　　　　B．②③　　　　C．③④　　　　D．①④

第Ⅱ卷 （非选择题 共90分）

二、填空题（本大题共4小题，每小题4分，共16分，把答案填在答题卡的相应位置上.）

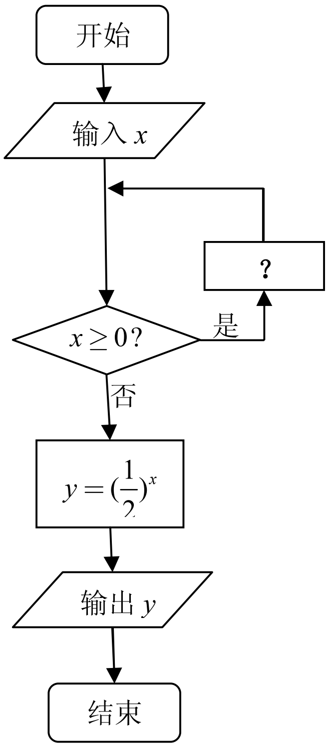
13.已知函数$f(x)=\begin{cases}1, x\in N\\ 0, x\in \complement_Z N\end{cases}$，则$f(f(-2))=$________.

14．．已知在ΔABC中，$\angle A=120^0$,且三边长构成公差为2的等差数列，　则$\angle A$所对的边$a=$_______.

15．已知程序框图如右图所示，执行该程序，如果输入$x=10$，输出$y=4$，则在图中“？”处可填入的算法语句是________（写出以下所有满足条件的序号）

①$x=x-1$　　②$x=x-2$

③$x=x-3$　　④$x=x-4$



第15题图

16.设数列｛a_n｝是集合｛3^s+3^t| $0\leqslant s<t$，且s，$t\in Z$｝中所有的数从小到大排列成的数列，

即$a_1=4$，$a_2=10$，$a_3=12$，$a_4=28$，$a_5=30$，$a_6=36$，…，

将数列｛a_n｝中各项按照上小下大，左小右大的原则排成如下等腰直角三角形数表：

4		
10	12	
28	30	36
…		

$a_{200}=$________（用3^s+3^t形式表示）.

三、解答题：本大题共6小题，共74分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．（本小题满分12分）

数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为$S_n=2^{n+1}-2$，数列$\left\{b_n\right\}$是首项为a_1，公差为$d(d\neq 0)$的等差数列，且b_1,b_3,b_9成等比数列.

（Ⅰ）求数列$\left\{a_n\right\}$与$\left\{b_n\right\}$的通项公式；

（Ⅱ）若$c_n=\dfrac{2}{(n+1)b_n}(n\in N^*)$，求数列$\{c_n\}$的前$n$项和$T_n$.

18．(本小题满分 12 分)

已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(\sqrt{2},\sqrt{2}),\boldsymbol{b}=(\sin\frac{\pi}{4}x,\cos\frac{\pi}{4}x)$，若**错误！未找到引用源。**函数 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的最小正周期；

（Ⅱ）将函数 $f(x)$ 的图象上的所有的点向左平移 1 个单位长度，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，若函数 $y=g(x)+k$ 在 $(-2,4)$ 上有两个零点，求实数 k 的取值范围.

19．(本小题满分 12 分)

某校高三 4 班有 50 名学生进行了一场投篮测试，其中男生 30 人，女生 20 人．为了了解其投篮成绩，甲、乙两人分别都对全班的学生进行编号（1~50 号），并以不同的方法进行数据抽样，其中一人用的是系统抽样，另一人用的是分层抽样．若此次投篮考试的成绩大于或等于 80 分视为优秀，小于 80 分视为不优秀，以下是甲、乙两人分别抽取的样本数据：

编号	性别	投篮成绩
2	男	90
7	女	60
12	男	75
17	男	80
22	女	83
27	男	85
32	女	75
37	男	80
42	女	70
47	女	60

甲抽取的样本数据

编号	性别	投篮成绩
1	男	95
8	男	85
10	男	85
20	男	70
23	男	70
28	男	80
33	女	60
35	女	65
43	女	70
48	女	60

乙抽取的样本数据

（Ⅰ）观察乙抽取的样本数据，若从男同学中抽取两名，求两名男同学中恰有一名非优秀的概率.

（Ⅱ）请你根据乙抽取的样本数据完成下列 2×2 列联表，判断是否有 95%以上的把握认为投篮成绩和性别有关？

	优秀	非优秀	合计
男			
女			

合计			10

（III）判断甲、乙各用何种抽样方法，并根据（Ⅱ）的结论判断哪种抽样方法更优？说明理由.

下面的临界值表供参考：

$P(K^2 \geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

（参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$ ）

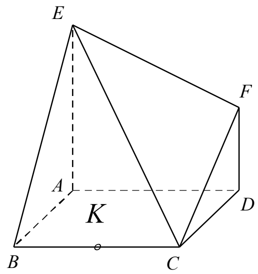
20．(本小题满分 12 分)

如图，已知多面体 $EABCDF$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，$EA\perp$ 底面 $ABCD$，$FD\,//\,EA$，且 $FD=\dfrac{1}{2}EA=1$.

（Ⅰ）求多面体 $EABCDF$ 的体积；

（Ⅱ）求证：平面 EAB⊥平面 EBC；

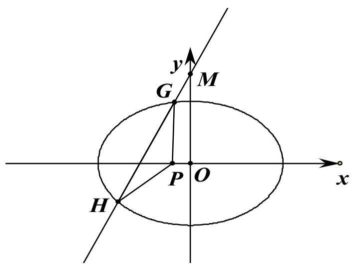
（Ⅲ）记线段 CB 的中点为 K，在平面 $ABCD$ 内过 K 点作一条直线与平面 ECF 平行，要求保留作图痕迹，但不要求证明.



第 20 题图

21．(本小题满分 12 分)

已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，直线 l：y=x+2 与原点为圆心，以椭圆 C 的短轴长为直径的圆相切.



第21题图

（Ⅰ)求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）过点 $M(0,\ 2)$ 的直线 l_1 与椭圆 C 交于 G，H 两点. 设直线 l_1 的斜率 $k>0$，在 x 轴上是否存在点 $P(m,\ 0)$，使得 ΔPGH 是以 GH 为底边的等腰三角形. 如果存在，求出实数 m 的取值范围，如果不存在，请说明理由.

22.（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}\ln x-mx, g(x)=x-\frac{a}{x}(a>0)$.

（I）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（II）若 $m=\frac{1}{2e^2}$，对 $\forall x_1,x_2\in[2,2e^2]$ 都有 $g(x_1)\ge f(x_2)$ 成立，求实数 a 的取值范围；

（III）证明：$2^2\ln 2+2^3\ln 3+2^4\ln 4+\cdots+2^n\ln n<4+(n-2)\times 2^{n+1}$（$n\ge 2$ 且 $n\in N^*$）.

2013 年福州市高中毕业班质量检查

数学（文科）试卷参考答案及评分标准

说明：

一、本解答指出了每题要考查的主要知识和能力，并给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制定相应的评分细则.

二、对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应给分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分.

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

四、只给整数分数．选择题和填空题不给中间分.

一、选择题：本大题考查基础知识和基本运算．每小题 5 分，共 60 分.

1.B　2.B　3.C　4.C 5.A　6.C 7.B　8.B　9.A　　10.D　11.A　12.C

二、填空题：本大题考查基础知识和基本运算．每小题 4 分，共 16 分.

13.1　　14.　7　　15.　②、③、④　　16.　3^9+3^{20}

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. 本小题主要考查等差数列、等比数列等基础知识，考查运算求解能力和应用意识，考查函数与方程思想，满分 12 分.

解:（Ⅰ）当 $n\ge 2$，时 $a_n=S_n-S_{n-1}=2^{n+1}-2^n=2^n$，……………………………………2 分

又 $a_1=S_1=2^{1+1}-2=2=2^1$，也满足上式，

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=2^n$．……………………………………………………3 分

$b_1=a_1=2$，设公差为 d，则由 b_1,b_3,b_9 成等比数列，

得　$(2+2d)^2=2\times(2+8d)$　，……………………………………………………4 分

解得 $d=0$（舍去）或 $d=2$，……………………………………………………5 分

所以数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n = 2n$． ………………………………………………………………… 6 分

（Ⅱ）解： $c_n = \dfrac{2}{(n+1)b_n} = \dfrac{1}{n(n+1)}$ ………………………………………………………………… 8 分

数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 $T_n = \dfrac{1}{1\times 2} + \dfrac{1}{2\times 3} + \dfrac{1}{3\times 4} + \cdots + \dfrac{1}{n\times(n+1)}$

$=1 - \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3} + \cdots + \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$ ………………………………………………………… 10 分

$= 1 - \dfrac{1}{n+1} = \dfrac{n}{n+1}$ ． ………………………………………………………………… 12 分

18. 本题考查平面向量的数量积、三角函数的图象与性质、诱导公式、解三角形等基础知识，意在考查考生的数形结合能力、转化和化归能力，处理交汇性问题的能力，以及运算求解能力, 满分 12 分.

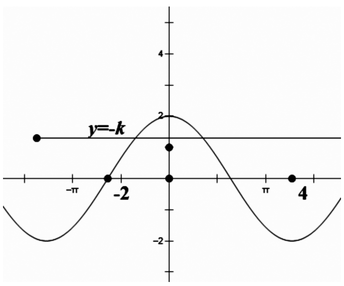
解:（Ⅰ）$\because a = (\sqrt{2}, \sqrt{2}), b = (\sin\dfrac{\pi}{4}x, \cos\dfrac{\pi}{4}x)$ 　函数 $f(x) = a\cdot b$

$\therefore f(x) = \sqrt{2}\sin\dfrac{\pi}{4}x + \sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{4}x$ ………………………………………………………… 1分

$= 2(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\dfrac{\pi}{4}x + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos\dfrac{\pi}{4}x)$

$= 2\sin(\dfrac{\pi}{4}x + \dfrac{\pi}{4})$ ………………………………………………………………… 3分

$\therefore T = \dfrac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} = 8$ 　　$\therefore$函数 $f(x)$ 的最小正周期为8． ………………………………………… 6分



（Ⅱ）依题意将函数 $f(x)$ 的图像向左平移 1 个单位后得到函数

$y = g(x) = 2\sin[\dfrac{\pi}{4}(x+1) + \dfrac{\pi}{4}] = 2\cos\dfrac{\pi}{4}x$ …………8 分

函数 $y = g(x) + k$ 在 $(-2,4)$ 上有两个零点，即函数 $y = g(x)$ 与 $y = -k$ 在 $x \in (-2,4)$ 有两个交点，如图所示：

所以 $0 < -k < 2$，即 $-2 < k < 0$

所以实数 k 取值范围为 $-2 < k < 0$． ………………………………………………………… 12 分

19. 本题主要考查概率与独立性检验相交汇等基础知识，考查数形结合能力、运算求解能力以及应用用意识，考查必然与或然思想等, 满分 12 分.

解:（Ⅰ）记“两名同学中恰有一名不优秀”为事件 A，乙抽取的样本数据中，男同学有 4 名优秀，记为 a，b，c，d，2 名不优秀，记为 e，f.…………………………………………1 分

乙抽取的样本数据，若从男同学中抽取两名，则总的基本事件有 15 个，……………2 分

事件 A 包含的基本事件有$\{a,e\}$，$\{b,e\}$，$\{c,e\}$，$\{d,e\}$，$\{a,f\}$，$\{b,f\}$，$\{c,f\}$，$\{d,f\}$，

共 8 个基本事件，所以　$P(A)=\dfrac{8}{15}$．…………………………………………………4 分

（Ⅱ）设投篮成绩与性别无关，由乙抽取的样本数据，得2×2列联表如下：

	优秀	非优秀	合计
男	4	2	6
女	0	4	4
合计	4	6	10

…………6 分

K^2的观测值$k=\dfrac{10(4\times4-0\times2)^2}{4\times6\times6\times4}\approx4.444>3.841$，…………………………………8 分

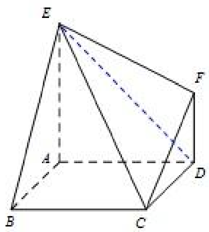
所以有 95%以上的把握认为投篮成绩与性别有关．……………………………………9 分

（III）甲用的是系统抽样，乙用的是分层抽样．………………………………………10 分

由（Ⅱ）的结论知，投篮成绩与性别有关，并且从样本数据能看出投篮成绩与性别有明显差异，因此采用分层抽样方法比系统抽样方法更优．……………………12 分

20．本小题主要考查直线与直线，直线与平面，平面与平面位置关系等基础知识；考查空间想象能力，推理论证能力和运算求解能力,满分 12 分.

解:（Ⅰ）如图，连接 ED，



$\because EA\perp$底面$ABCD$且$FD\,//\,EA$，$\therefore FD\perp$底面$ABCD$

$\therefore FD\perp AD$

$\because DC\perp AD$，$FD\cap CD=D$

$\therefore AD\perp$面FDC　…………………………………………1 分

$\therefore V_{E-FCD}=\dfrac{1}{3}AD\cdot S_{\Delta FDC}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times1\times2\times2=\dfrac{2}{3}$………2 分

$V_{E-ABCD}=\dfrac{1}{3}EA\cdot\ S_{\square ABCD}=\dfrac{1}{3}\times2\times2\times2=\dfrac{8}{3}$　………………………………………3 分

$\therefore V_{多面体}=V_{E-FCD}+V_{E-ABCD}=\dfrac{10}{3}$．……………………………………………5 分

（Ⅱ）$\because ABCD$ 为正方形，$\therefore AB\perp BC$. ……………………………………………6 分

$\because EA\perp$平面 $ABCD$，$BC\subset$平面 $ABCD$，

$\therefore BC\perp EA$. ……………………………………………………………7 分

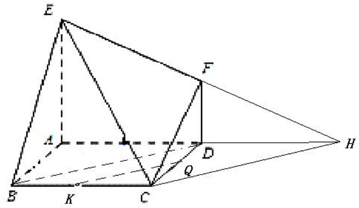
又 $AB\cap EA=A$，$\therefore BC\perp$平面 EAB. ……………………………………………8 分

又∵$BC\subset$平面EBC，

∴平面 EAB⊥平面EBC. ………………………………………………………………………10 分

（III）取线段 DC 的中点Q；连接KQ，则直线KQ即为所求. ………………………………………………11 分

图上有正确的作图痕迹……………………………………12 分



21. 本试题主要考查了点到直线的距离，直线与椭圆的位置关系，韦达定理，平面向量的应用，均值不等式,考查推理论证能力、运算求解能力，考查数形结合思想和化归与转化思想等，满分 12 分.

解:（Ⅰ）由$e^2=\frac{1}{2}=\frac{a^2-b^2}{a^2}$，得$a^2=2b^2$， ………………………………………………2 分

∵直线l：y=x+2 与圆 $x^2+y^2=b^2$ 相切，

∴$\frac{2}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=b$，解得$b=\sqrt{2}$，则 a^2=4. ………………………………………………………4 分

故所求椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$. ……………………………………………………………5 分

（Ⅱ）在x轴上存在点$P(m,\ 0)$，使得ΔPGH 是以 GH 为底边的等腰三角形.……6 分

理由如下：

设l_1的方程为$y=kx+2$（$k>0$），

$$由\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1,\\ y=kx+2\end{cases} 得(1+2k^2)x^2+8kx+4=0$$

因为直线l_1与椭圆 C 有两个交点，所以$\Delta=64k^2-16(1+2k^2)=16(2k^2-1)>0$

所以$k^2>\frac{1}{2}$，又因为$k>0$，所以$k>\frac{\sqrt{2}}{2}$.

设$G(x_1,y_1)$，$H(x_2,y_2)$，则$x_1+x_2=\frac{-8k}{1+2k^2}$. ………………………………………………7 分

$$\therefore \overrightarrow{PG}+\overrightarrow{PH}=(x_1-m,y_1)+(x_2-m,y_2)=(x_1+x_2-2m,\ y_1+y_2).$$
$$=(x_1+x_2-2m,\ k(x_1+x_2)+4\ )$$

$\overrightarrow{GH}=(x_2-x_1,\ y_2-y_1)=(x_2-x_1,\ k(x_2-x_1))$.

由于等腰三角形中线与底边互相垂直，则$(\overrightarrow{PG}+\overrightarrow{PH})\cdot\overrightarrow{GH}=0$. ……………………………8 分

所以$(x_2-x_1)[(x_1+x_2)-2m]+\ k(x_2-x_1)[k(x_1+x_2)+4]=0$.

故$(x_2-x_1)[(x_1+x_2)-2m+\ k^2(x_1+x_2)+4k]=0$.

即$(x_2-x_1)[(1+k^2)(x_1+x_2)+4k-2m]=0$

因为$k>0$，所以x_2 - $x_1\neq 0$.所以$(1+k^2)(x_1+x_2)+4k-2m=0$.

$\therefore(1+k^2)(\frac{-8k}{1+2k^2})+4k-2m=0$,解得 $m=\frac{-2k}{1+2k^2}=\frac{-2}{\frac{1}{k}+2k}$

设$y=\frac{1}{k}+2k$，当$k>\frac{\sqrt{2}}{2}$时，$y'=-\frac{1}{k^2}+2=\frac{2k^2-1}{k^2}>0$，

所以函数$y=\frac{1}{k}+2k$在$(\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty)$上单调递增，所以

$y>\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}+2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$，…………………………………………………………………………10 分

所以$m=\frac{-2}{y}>\frac{-2}{2\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ …………………………………………………………………11 分

（若学生用基本不等式求解无证明扣 1 分）

又因为$k>0$，所以$m<0$.　所以$-\frac{\sqrt{2}}{2}<m<0$，.

故存在满足题意的点P（m,0）且实数m的取值范围为：$-\frac{\sqrt{2}}{2}<m<0$. ……………12 分

22. 本小题主要考查函数、导数、数列、不等式等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力，考查数形结合思想、化归与转化思想、分类与整合思想．满分 14 分.

解：（I）$f(x)=\frac{1}{2}\ln x-mx, x>0$　$\therefore f'(x)=\frac{1}{2x}-m$ …………………………………1 分

当$m\le 0$时$f'(x)>0$，$f(x)$在（0，+∞）单调递增. ……………………………………2 分

当 m>0 时，由$f'(x)=0$得$x=\frac{1}{2m}$

由$\begin{cases}f'(x)>0\\x>0\end{cases}$得 0<x<$\frac{1}{2m}$

由$\begin{cases} f'(x)<0 \\ x>0 \end{cases}$得 x>$\dfrac{1}{2m}$ ………………………………………………………………4 分

综上所述：当$m \le 0$时，$f(x)$单调递增区间为（0，+∞）.

当 m>0 时，$f(x)$单调递增区间为（0，$\dfrac{1}{2m}$），单调递减区间为（$\dfrac{1}{2m}$，+∞）.……5 分

（Ⅱ）若 m=$\dfrac{1}{2e^2}$，$f(x)=\dfrac{1}{2}\ln x-\dfrac{1}{2e^2}x$，对$\forall x_1,x_2 \in [2,2e^2]$都有$g(x_1) \ge f(x_2)$成立

等价于对∀ $x \in [2,2e^2]$都有$[g(x)]_{\min} \ge [f(x)]_{\max}$ ………………………………………………6 分

由（I）知在[2, 2e^2]上$f(x)$的最大值$f(e^2)=\dfrac{1}{2}$ ………………………………………………7 分

$g'(x)=1+\dfrac{a}{x^2}>0(a>0), x\in[2,2e^2]$

函数$g(x)$在[2, 2e^2]上是增函数，

$[g(x)]_{\min}$=g(2)=2−$\dfrac{a}{2}$, …………………………………………………………………………9 分

由 2−$\dfrac{a}{2} \ge \dfrac{1}{2}$，得$a \le 3$，又因为$a>0$，$\therefore a \in (0,3]$

所以实数a的取值范围为$(0,3]$。 ………………………………………………………………10 分

（Ⅲ）证明：$f(x)=\dfrac{1}{2}\ln x-mx, x>0$ 令 m=$\dfrac{1}{2}$，则$f(x)=\dfrac{1}{2}\ln x-\dfrac{1}{2}x$

由（I）知 f(x)在（0, 1）单调递增，（1，+∞）单调递减，

$f(x) \le f(1)=-\dfrac{1}{2}$，（当 x=1 时取“=”号）

$\therefore \dfrac{1}{2}\ln x-\dfrac{1}{2}x \le -\dfrac{1}{2}, \ln x \le x-1$ ………………………………………………11 分

$\therefore 2^2\ln 2+2^3\ln 3+2^4\ln 4+\cdots+2^n\ln n$

$<2^2\times 1+2^3\times 2+2^4\times 3+\cdots+2^n\times(n-1)$ ………………………………………12 分

令 S=$2^2\times 1+2^3\times 2+2^4\times 3+\cdots+2^n\times(n-1)$ ……………………①

2S=$2^3\times 1+2^4\times 2+2^4\times 3+\cdots+2^n\times(n-2)+2^{n+1}\times(n-1)$ ……②

①−②得−S=$2^2+2^3+\cdots+2^n-(n-1)\times 2^{n+1}=-4(1-2^{n-1})-(n-1)\times 2^{n+1}$

$\therefore$ S=$4+(n-2)\times 2^{n+1}$

$\therefore 2^2\ln 2+2^3\ln 3+2^4\ln 4+\cdots+2^n\ln n<4+(n-2)\times 2^{n+1}$（$n \ge 2, n\in N^*$）……14 分