2013年福州市高中毕业班质量检查
数学(理科)试卷

（完卷时间120分钟；满分150分）

注意事项：

1．本科考试分试题卷和答题卷，考生须在答题卷上作答，答题前，请在答题卷内填写学校、班级、准考证号、姓名；

2．本试卷分为第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，全卷满分150分，考试时间120分钟.

参考公式：

样本数据x_1，x_2，…，x_n的标准差

$$s=\sqrt{\frac{1}{n}\left[\left(x_1-\bar{x}\right)^2+\left(x_2-\bar{x}\right)^2+\cdots+\left(x_n-\bar{x}\right)^2\right]}$$

其中$\bar{x}$为样本平均数

柱体体积公式

$V=Sh$

其中S为底面面积，h为高

锥体体积公式

$V=\frac{1}{3}Sh$

其中S为底面面积，h为高

球的表面积、体积公式

$S=4\pi R^2$，$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中R为球的半径

第Ⅰ卷 （选择题　共50分）

一、选择题（本大题共10小题，每小题5分，共50分．在每小题所给的四个答案中有且只有一个答案是正确的，把正确选项涂在答题卡的相应位置上.）

1.　i是虚数单位，复数$z=(x+2i)(1+i)$，$x\in\mathbf{R}$．若z的虚部为4，则x等于

A．2　　B．-2　　C．1　　D．-1

2.　要得到函数$y=\tan(2x+\frac{\pi}{3})$的图象，只须将$y=\tan 2x$的图象上的所有的点

A.向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度　　B.向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度

C.向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度　　D.向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度

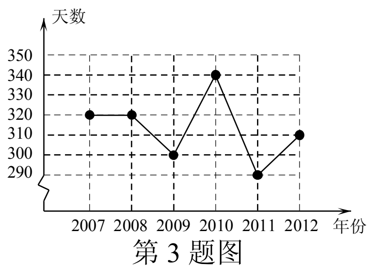
3.　根据某市环境保护局公布2007-2012这六年每年的空气质量优良的天数，绘制折线图如图．根据图中信息可知，这六年的每年空气质量优良天数的中位数是

A.300

B.　305

C.315

D.　320



第3题图

4 .已知函数 $f(x)=x+\frac{a}{x}$，则“ $a=4$ ”是“函数 $f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上为增函数”的

A．充分而不必要条件　　　　　　　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　　　　　　　　　　　D．既不充分也不必要条件

5.已知命题“直线 l 与平面 α 有公共点”是真命题，那么下列命题：

①直线 l 上的点都在平面 α 内；

②直线 l 上有些点不在平面 α 内；

③平面 α 内任意一条直线都不与直线 l 平行.

其中真命题的个数是

A.3　　　　B.2　　　　C.1　　　　D.0

6.已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q=2$，且 $2a_4,a_6,48$ 成等差数列，则 $\{a_n\}$ 的前 8 项和为

A.127　　　　B.255　　　　C.511　　　　D.1023

7.设 $(1+x)^8=a_0+a_1x+\cdots+a_8x^8$,则 $a_0,a_1,\cdots,a_8$ 中奇数的个数为

A．2　　　　B．3　　　　C．4　　　　D．5

8.已知点 P 是△ ABC 所在平面内的一点，边 AB 的中点为 D，若 $2\overrightarrow{PD}=(1-\lambda)\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{CB}$，其中 $\lambda\in\mathbf{R}$，则点 P 一定在

A．AB 边所在的直线上　　　　B．BC 边所在的直线上

C．AC 边所在的直线上　　　　D．△ ABC 的内部

9.对于任意给定的实数 m，直线 $3x-y+m=0$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0$，$b>0)$ 最多有一个交点，则双曲线的离心率等于

A．$\sqrt{2}$　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．$\sqrt{10}$

10.对于函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 和区间 D，如果存在 $x_0\in D$，使 $|f(x_0)-g(x_0)|\le 1$，则称 x_0 是函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在区间 D 上的“友好点”．现给出两个函数：

① $f(x)=x^2$，$g(x)=2x-2$；　　　　② $f(x)=\sqrt{x}$，$g(x)=x+2$；

③ $f(x)=\mathrm{e}^{-x}$，$g(x)=-\frac{1}{x}$；　　　　④ $f(x)=\ln x$，$g(x)=x$，

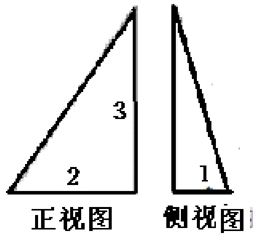
则在区间 $(0,+\infty)$ 上的存在唯一“友好点”的是

A．①②　　B．③④　　C．②③　　D．①④

第Ⅱ卷 （非选择题 共 100 分）

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分，把答案填在答题卡的相应位置上.）

11.一个三棱锥的正视图和侧视图及其尺寸如图所示，则该三棱锥的俯视图的面积为 ________.



第 1 1 题图

12.已知函数 $f(x)=\begin{cases}\cos x, x\geq 0,\\ 1, \quad x<0,\end{cases}$ ，则 $\int_{-2}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ 的值等于 _____.

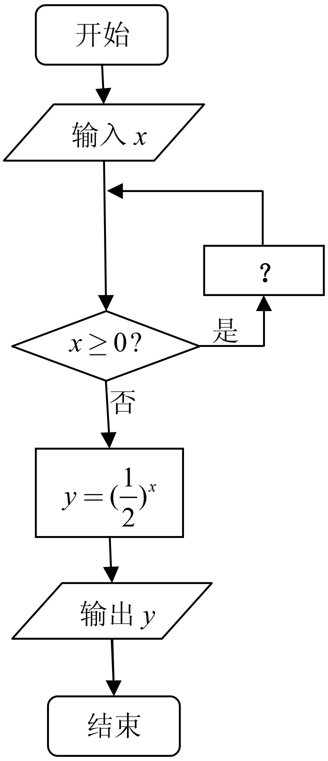
13. 已知程序框图如右图所示，执行该程序，如果输入 $x=10$，输出 $y=4$，则在图中“？”处可填入的算法语句是________（写出以下所有满足条件的序号).

①$x=x-1$；

②$x=x-2$；

③$x=x-3$；

④$x=x-4$.



第 13 题图

14.在区间 $[0,2]$ 上任取两个数 a，b，能使函数 $f(x)=ax+b+1$ 在区间 $[-1,1]$ 内有零点的概率等于 ________.

15.设数列 $\{a_n\}$ 是由集合 $\{3^s+3^t \mid 0\leq s<t$，且 s，$t\in \mathbf{Z}\}$ 中所有的数从小到大排列成的数列，即 $a_1=4$，$a_2=10$，$a_3=12$，$a_4=28$，$a_5=30$，$a_6=36$，…，若 $a_{2013}=3^m+3^n$ $(0\leq m<n$，且 m，$n\in \mathbf{Z}\}$，则 $m+n$ 的值等于___________.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

16.（本小题满分 13 分）

已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(\sin\frac{\pi}{3}x,\sqrt{3})$ **错误！未找到引用源。**，$\boldsymbol{b}=(1,\cos\frac{\pi}{3}x)$，定义函数

$f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的值域；

（Ⅱ）若函数 $f(x)$ 图象上的两点 M 、 N 的横坐标分别为 1 和 3， O 为坐标原点，求 $\triangle MON$ 的面积.

17.(本小题满分 13 分)

某校高三 2 班有 48 名学生进行了一场投篮测试，其中男生 28 人，女生 20 人．为了了解其投篮成绩，甲、乙两人分别对全班的学生进行编号（1~48 号），并以不同的方法进行数据抽样，其中一人用的是系统抽样，另一人用的是分层抽样．若此次投篮考试的成绩大于或等于 80 分视为优秀，小于 80 分视为不优秀，以下是甲、乙两人分别抽取的样本数据：

编号	性别	投篮成绩
3	男	90
7	女	60
11	男	75
15	男	80
19	女	85
23	男	80
27	男	95
31	男	80
35	男	80
39	女	60
43	男	75
47	女	55

甲抽取的样本数据

编号	性别	投篮成绩
1	男	95
8	男	85
10	男	85
17	男	80
23	男	60
24	男	90
27	男	80
31	女	80
35	女	65
37	女	35
41	女	60
46	女	75

乙抽取的样本数据

（Ⅰ）从甲抽取的样本数据中任取两名同学的投篮成绩，记“抽到投篮成绩优秀”的人数为 X，求 X 的分布列和数学期望；

（Ⅱ）请你根据乙抽取的样本数据完成下列 2×2 列联表，判断是否有 95%以上的把握认为投篮成绩和性别有关？

	优秀	非优秀	合计
男			
女			
合计			12

（Ⅲ）判断甲、乙各用何种抽样方法，并根据（Ⅱ）的结论判断哪种抽样方法更优？说明理由.

下面的临界值表供参考：

$P(K^2 \geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

（参考公式：$K^2 = \dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n = a+b+c+d$ ）

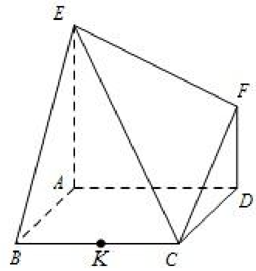
18.(本小题满分 13 分)

如图，已知多面体$EABCDF$的底面$ABCD$是边长为2的正方形，$EA\perp$底面$ABCD$，$FD//EA$，且$FD=\dfrac{1}{2}EA=1$.

（Ⅰ）求多面体$EABCDF$的体积；

（Ⅱ）求直线EB与平面ECF所成角的正弦值；

（Ⅲ）记线段 BC 的中点为 K，在平面 ABCD 内过点 K 作一条直线与平面ECF 平行，要求保留作图痕迹，但不要求证明.



第 18 题图

19. (本小题满分 13 分)

已知$a>b>0$，曲线C上任意一点P分别与点$A(-a,0)$、$B(a,0)$连线的斜率的乘积为$-\frac{b^2}{a^2}$.

（Ⅰ）求曲线C的方程;

（Ⅱ）设直线$l:y=kx+h(k\neq 0,h\neq 0)$与$x$轴、$y$轴分别交于$M$、$N$两点，若曲线$C$与直线$l$没有公共点，求证：$|MN|>a+b$.

20.(本小题满分 14 分)

已知函数$f(x)=\ln(1+x)-\frac{ax}{x+2}$.

（Ⅰ）当$a=0$时，求曲线$y=f(x)$在原点处的切线方程;

（Ⅱ）当$a>0$时，讨论函数$f(x)$在区间$(0,+\infty)$上的单调性;

（Ⅲ）证明不等式$\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n+1}<\ln\sqrt{n+1}$对任意$n\in\mathbf{N}^*$成立.

21. 本题有(1)．(2)．(3)三个选做题，每题 7 分，请考生任选 2 题作答，满分 14 分．如果多做，则按所做的前两题计分．作答时，先用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑，并将所选题号填入括号中．

（1）（本小题满分 7 分）选修 4-2：矩阵与变换

已知线性变换τ：$\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = 2x + 2y \end{cases}$对应的矩阵为$T$，向量$\boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$.

（Ⅰ）求矩阵T的逆矩阵T^{-1}；

（Ⅱ）若向量$\boldsymbol{\alpha}$在τ作用下变为向量$\boldsymbol{\beta}$，求向量$\boldsymbol{\alpha}$.

(2)（本小题满分 7 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在极坐标系中，圆C的极坐标方程为$\rho = 6\cos\theta + 8\sin\theta$．现以极点$O$为原点，极轴为$x$轴的非负半轴建立平面直角坐标系．

（Ⅰ）求圆C的直角坐标方程；

（Ⅱ）若圆C上的动点P的直角坐标为(x, y)，求$x + y$的最大值，并写出$x + y$取得最大值时点P的直角坐标．

（3）（本小题满分 7 分）选修 4-5：不等式选讲

已知不等式$|x+2| + |x-m| \le 3$的解集为$\{x \mid -2 \le x \le 1\}$．

（Ⅰ）求m的值；

（Ⅱ）若$a^2 + 2b^2 + 3c^2 = m$，求$a + 2b + 3c$的取值范围．

2013年福州市高中毕业班质量检查
数学（理科）试卷参考答案及评分标准

说明：

一、本解答指出了每题要考查的主要知识和能力，并给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制定相应的评分细则.

二、对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应给分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分.

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

四、只给整数分数．选择题和填空题不给中间分.

一、选择题：本大题考查基础知识和基本运算．每小题5分，共50分.

1.A　2.C　3.C　4.A　5.D　6.B　7.A　8.C　9.D　10.D

二、填空题：本大题考查基础知识和基本运算．每小题4分，共20分.

11．1　12．3　13．②③④　14．$\frac{1}{8}$　15．122

三、解答题：本大题共6小题，共80分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16．本题考查平面向量的数量积、三角函数的图象与性质、诱导公式、解三角形等基础知识，考查运算求解能力及数形结合思想、化归与转化思想等，满分13分.

解：（Ⅰ）依题意得 $f(x)=\sin\frac{\pi}{3}x+\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{3}x$ …………ks5u……………………1分

$=2\sin(\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi}{3})$ ……………………………………………………………3分

所以函数 $f(x)$ 的值域为 $[-2,2]$．……………………………………………………5分

（Ⅱ）**方法一** 由（Ⅰ）知，$f(x)=2\sin(\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi}{3})$

$f(1)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$，$f(3)=-2\sin\frac{\pi}{3}=-\sqrt{3}$，……………………………6分

从而　$M(1,\sqrt{3}),N(3,-\sqrt{3})$ ……………………………………………………7分

$\therefore |OM|=\sqrt{1+3}=2,|ON|=\sqrt{9+3}=2\sqrt{3}$，

$\left|MN\right|=\sqrt{(3-1)^2+(-\sqrt{3}-\sqrt{3})^2}=4,$ ……………………………………………9 分

根据余弦定理得

$$\cos\angle MON=\frac{\left|OM\right|^2+\left|ON\right|^2-\left|MN\right|^2}{2\left|OM\right|\left|ON\right|}=\frac{4+12-16}{2\times2\times2\sqrt{3}}=0.$$

$\therefore \angle MON=90^\circ$， ………………………………………………………………10 分

$\triangle MON$ 的面积为 $S=\frac{1}{2}\left|OM\right|\left|ON\right|=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ …………13 分

方法二 同方法一得：$M(1,\sqrt{3}),N(3,-\sqrt{3})$ ……………………………………………7 分

则 $\overrightarrow{OM}=(1,\sqrt{3}),\overrightarrow{ON}=(3,-\sqrt{3})$. ………………………………………………8 分

$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=1\times3+\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})=0$ …………………………………………10 分

所以 $\angle MON=90^\circ$， 即 $\overrightarrow{OM}\perp\overrightarrow{ON}$

$\triangle MON$ 的面积为 $S=\frac{1}{2}\left|OM\right|\left|ON\right|=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ ……………13 分

方法三 同方法一得：$M(1,\sqrt{3}),N(3,-\sqrt{3})$ ……………………………………………7 分

直线 OM 的方程为 $y=\sqrt{3}x$，即 $\sqrt{3}x-y=0$. ………….. …………………8 分

点 N 到直线 OM 的距离为 $d=\frac{\left|3\sqrt{3}+\sqrt{3}\right|}{2}=2\sqrt{3}$. ……………………10 分

又因为 $\left|OM\right|=\sqrt{1+3}=2$,， ……………………………………ks5u…………………11 分

所以 $\triangle MON$ 的面积为 $S=\frac{1}{2}\left|OM\right|\cdot d=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ …………………13 分

17．本题考查抽样、独立性检验、离散型随机变量的分布列与期望等基础知识，考查数据处理能力、运算求解能力以及应用意识，考查必然与或然思想等，满分 13 分．
解：（Ⅰ）由甲抽取的样本数据可知，投篮成绩优秀的有 7 人，投篮成绩不优秀的有 5 人．
X 的所有可能取值为 $0,1,2$． ……………………………………………………1 分

所以$P(X=0)=\dfrac{C_5^2}{C_{12}^2}=\dfrac{5}{33}$， $P(X=1)=\dfrac{C_7^1C_5^1}{C_{12}^2}=\dfrac{35}{66}$， $P(X=2)=\dfrac{C_7^2}{C_{12}^2}=\dfrac{21}{66}=\dfrac{7}{22}$． …4 分

故 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\dfrac{5}{33}$	$\dfrac{35}{66}$	$\dfrac{7}{22}$

…………………………………………5 分

$\therefore E(X)=0\times\dfrac{5}{33}+1\times\dfrac{35}{66}+2\times\dfrac{7}{22}=\dfrac{7}{6}$．   ……6 分

（Ⅱ）设投篮成绩与性别无关，由乙抽取的样本数据，得2×2列联表如下：

	优秀	非优秀	合计
男	6	1	7
女	1	4	5
合计	7	5	12

…………7 分

K^2的观测值$k=\dfrac{12(6\times4-1\times1)^2}{7\times5\times5\times7}\approx5.182>3.841$，……………………………9 分

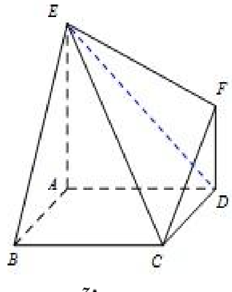
所以有 95%以上的把握认为投篮成绩与性别有关．   ……………………10 分

（Ⅲ）甲用的是系统抽样，乙用的是分层抽样．   ……………………11 分

由（Ⅱ）的结论知，投篮成绩与性别有关，并且从样本数据能看出投篮成绩与性别有明显差异，因此采用分层抽样方法比系统抽样方法更优． ……………………13 分

18．本小题主要考查直线与直线，直线与平面，平面与平面位置关系等基础知识；考查空间想象能力，推理论证能力和运算求解能力．满分 13 分．

（Ⅰ）如图，连接 ED，



$\because EA\perp$底面$ABCD$且$FD\,//\,EA$，$\therefore FD\perp$底面$ABCD$，

$\therefore FD\perp AD$，

$\because DC\perp AD$，$FD\cap CD=D$，

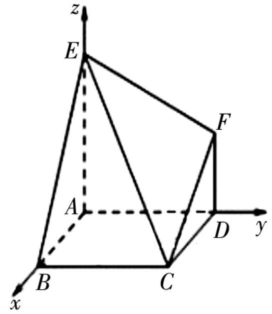
$\therefore AD\perp$面FDC，   ----------------1 分

$\therefore V_{E-FCD}=\dfrac{1}{3}AD\cdot S_{\Delta FDC}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times1\times2\times2=\dfrac{2}{3}$，--------2 分

$V_{E-ABCD}=\dfrac{1}{3}EA\cdot\ S_{\square ABCD}=\dfrac{1}{3}\times2\times2\times2=\dfrac{8}{3}$ ，-------------3 分

$\therefore$多面体$EABCDF$的体积

$V_{多面体}=V_{E-FCD}+V_{E-ABCD}=\dfrac{10}{3}$． --------------5 分



（Ⅱ）以点 A 为原点，AB 所在的直线为 x 轴，AD 所在的直线为 y 轴，建立空间直角坐标系，如图．由已知可得 $A(0,0,0),E(0,0,2),B(2,0,0),C(2,2,0),F(0,2,1)$，

所以$\overrightarrow{EC}=(2,2,-2),\overrightarrow{EB}=(2,0,-2),,\overrightarrow{EF}=(0,2,-1)$ ------7 分

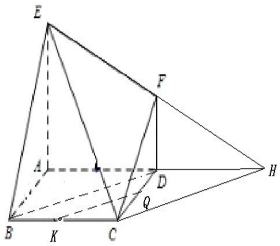
设平面ECF的法向量为$\boldsymbol{n}=(x\ ,y\ ,z\ )$，

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EC}=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EF}=0\end{cases}$ 　　得：$\begin{cases}2x+2y-2z=0,\\ 2y-z=0,\end{cases}$ ks5u…

取 y=1,得平面ECF的一个法向量为$n=(1,1,2)$ 　　------9 分

设直线EB与平面ECF所成角为θ，

所以$\sin\theta=|\cos\left\langle \boldsymbol{n},\overrightarrow{EB}\right\rangle|=|\dfrac{\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EB}}{|\boldsymbol{n}|\cdot|\overrightarrow{EB}|}|=|\dfrac{-2}{4\sqrt{3}}|=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.----11 分



（Ⅲ）取线段 CD 的中点Q；连接KQ，直线KQ即为所求． ---------------12 分

图上有正确的作图痕迹……………………………13 分

19．本题主要考查直线、椭圆等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力，考查数形结合思想和化归与转化思想等，满分 13 分.

解：(Ⅰ)设曲线C上任意一点P的坐标为(x,y).

依题意$k_{PA}\cdot k_{PB}=\dfrac{y}{x+a}\cdot\dfrac{y}{x-a}=-\dfrac{b^2}{a^2}$，且$x\neq\pm a$，……………… 3 分

整理得$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$．所以，曲线$C$的方程为：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，$x\neq\pm a$．………5 分

(Ⅱ)由$\begin{cases}\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1,\\ y=kx+h,\end{cases}$得$(b^2+a^2k^2)x^2+2a^2hkx+a^2(h^2-b^2)=0$，

$\therefore\Delta=4a^4h^2k^2-4\left(b^2+a^2k^2\right)a^2(h^2-b^2)<0,$即$b^2+a^2k^2<h^2$， 　　……7 分

由已知条件可知$M(-\dfrac{h}{k},0)$，$N(0,h)$，所以

$|MN|^2=\dfrac{h^2}{k^2}+h^2>\dfrac{b^2+a^2k^2}{k^2}+b^2+a^2k^2=a^2+b^2+\dfrac{b^2}{k^2}+a^2k^2\geq a^2+b^2+2ab$，

从而$|MN|^2>(a+b)^2$， 　　即$|MN|>a+b$． 　　………………13 分

20．（本小题满分 14 分）

本小题主要考查函数、导数等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力，考查数形结合思想、化归与转化思想、分类与整合思想．满分 14 分．

解：$f'(x)=\dfrac{1}{1+x}-\dfrac{2a}{(x+2)^2}=\dfrac{x^2+(4-2a)x+(4-2a)}{(x+1)(x+2)^2}$．

（Ⅰ）当 $a=0$ 时，$f(0)=0$，切线的斜率 $k=f'(0)=1$，

所以切线方程为 $y=x$，即 $x-y=0$．　　　……3 分

（Ⅱ）当 $a>0$ 时，因为 $x>0$，所以只要考查 $g(x)=x^2+(4-2a)x+(4-2a)$ 的符号．

由 $\Delta=(4-2a)^2-4(4-2a)\le 0$，得 $0<a\le 2$，

当 $0<a\le 2$ 时，$g(x)>0$，从而 $f'(x)>0$，$f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增；

当 $a>2$ 时，由 $g(x)=0$ 解得 $x=a-2+\sqrt{a^2-2a}$．　……6 分

当 x 变化时，$f'(x)$ 与 $f(x)$ 的变化情况如下表：

x	$(0,a-2+\sqrt{a^2-2a})$	$a-2+\sqrt{a^2-2a}$	$(a-2+\sqrt{a^2-2a},+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	单调递减	极小值	单调递增

函数 $f(x)$ 在区间 $(0,a-2+\sqrt{a^2-2a})$ 单调递减，在区间 $(a-2+\sqrt{a^2-2a},+\infty)$ 上单调递增．　　　……9 分

（Ⅲ）由（Ⅱ）知，当 $a=2$ 时，$f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增；

所以 $f(x)=\ln(1+x)-\dfrac{2x}{x+2}>f(0)=0$，ks5u…

即 $\dfrac{2x}{x+2}<\ln(1+x)$ 对任意 $x\in(0,+\infty)$ 成立．　　　……11 分

取 $x=\dfrac{1}{k}$，$k=1,2,3,\cdots,n$，

得 $\dfrac{2\frac{1}{k}}{\frac{1}{k}+2}<\ln(1+\dfrac{1}{k})$，即 $\dfrac{2}{2k+1}<\ln(k+1)-\ln k$，$k=1,2,3,\cdots,n$．　……13 分

将上述 n 个不等式求和,得到:$\sum_{k=1}^{n}\frac{2}{2k+1}<\sum_{k=1}^{n}[\ln(k+1)-\ln k]$，

即不等式$\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n+1}<\ln\sqrt{n+1}$对任意$n\in\mathbf{N}^*$成立．　　　……14 分

21．（1）选修 4-2：矩阵与变换

本小题主要考查矩阵与变换、矩阵的特征值与特征向量等基础知识，考查运算求解能力．满分 7 分．

解：（Ⅰ）依题意$T=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 2 & 2\end{bmatrix}$，所以$\det T=\begin{vmatrix}3 & 1\\ 2 & 2\end{vmatrix}=4$，

所以$T^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{4}\\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{4}\end{bmatrix}$．　　　----------3 分

（Ⅱ）由$T\alpha=\beta$，得$\alpha=T^{-1}\beta=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{4}\\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{4}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}5\\ 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}$．　　　----------7 分

（2）选修 4-4：坐标系与参数方程

本小题主要考查参数方程、极坐标方程等基础知识，考查运算求解能力，满分 7 分．

解：（Ⅰ）由$\rho=6\cos\theta+8\sin\theta$，得$\rho^2=6\rho\cos\theta+8\rho\sin\theta$，

所以圆C的直角坐标方程为$x^2+y^2-6x-8y=0$，

即$(x-3)^2+(y-4)^2=5^2$．……………………………………………………3 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）得圆 C 的参数方程为$\begin{cases}x=3+5\cos\theta,\\ y=4+5\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）．

所以$x+y=7+5\sqrt{2}\sin(\theta+\frac{\pi}{4})$，　………………………5 分

因此当$\theta=\frac{\pi}{4}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$时，$x+y$取得最大值为$7+5\sqrt{2}$，

且当$x+y$取得最大值时点 P 的直角坐标为$(3+\frac{5}{2}\sqrt{2},4+\frac{5}{2}\sqrt{2})$．……………7 分

（3）选修 4－5：不等式选讲

本小题主要考查绝对值不等式、柯西不等式等基础知识，考查运算求解能力，满分 7 分．

解：（Ⅰ）依题意，当$x=1$时不等式成立，所以$3+|1-m|\le 3$，解得$m=1$，

经检验，$m=1$符合题意. ---------------------3 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知$a^2+2b^2+3c^2=1$．根据柯西不等式，

得$(a+2b+3c)^2\le(1^2+\sqrt{2}^2+\sqrt{3}^2)[a^2+(\sqrt{2}b)^2+(\sqrt{3}c)^2]=6$，-----------------5 分

所以$-\sqrt{6}\le a+2b+3c\le\sqrt{6}$，

当且仅当$a=b=c=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$时，取得最大值$\sqrt{6}$，$a=b=c=-\dfrac{\sqrt{6}}{6}$时，取得最小值$-\sqrt{6}$，

因此$a+2b+3c$的取值范围是$[-\sqrt{6},\sqrt{6}]$. ks5u…-------------7 分