2013-2014 学年(上) 三明市 A 片区高中联盟校联合命题考试

高三（理科）数学试题

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题），共 6 页，全卷满分 150 分，考试用时 120 分钟。祝各位考生考试顺利！

注意事项：考生将自己的姓名、班级座号及所有答案均填写在答题卡上.

第 I 卷（选择题　共 50 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，在答题卡上相应题目的答题区域内作答.

1．复数 $z=\dfrac{1}{1+i}$ 在复平面上所对应的点在第（　　）象限.

A．一　　B．二　　C．三　　D．四

2．若向量 $\vec{a}=(\cos\alpha,1)$，$\vec{b}=(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\tan\alpha)$，且 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $\sin\alpha=$（　　）.

A．0　　B．1　　C．$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

3．“$|x|\le 3$”是“$x(x-3)\le 0$”成立的（　　）.

A．必要不充分条件　　B．充分不必要条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件.

4．已知函数 $g(x)=f(x)+x$ 是偶函数，且 $f(2)=2$，则 $f(-2)=$（　　）.

A．-6　　B．6　　C．-1　　D．1

5．若有直线 m、n 和平面 α、β，下列四个命题中，正确的是（　　）.

A．若 $m//\alpha$，$n//\alpha$，则 $m//n$

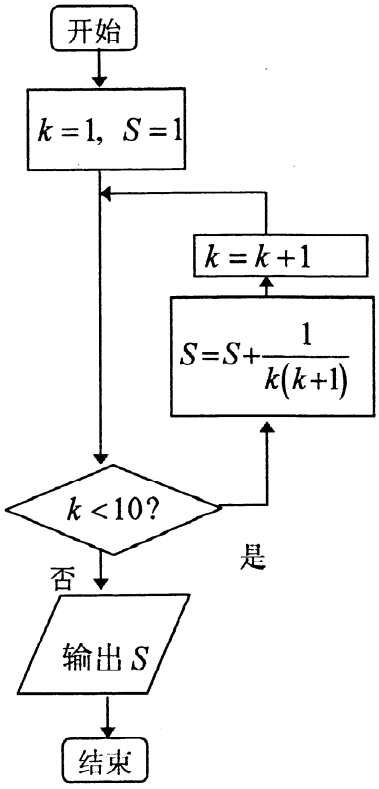
B．若 $m\subset\alpha$，$n\subset\alpha$，$m//\beta$，$n//\beta$ 则 $\alpha//\beta$

C．若 $\alpha\perp\beta$，$m\subset\alpha$，则 $m\perp\beta$

D．若 $\alpha\perp\beta$，$m\perp\beta$，$m\not\subset\alpha$，则 $m//\alpha$

6．如果执行右边的程序框图，那么输出的 S 等于（　　）.

A．$\dfrac{9}{10}$　　B．$\dfrac{10}{11}$　　C．$\dfrac{19}{10}$　　D．$\dfrac{21}{11}$



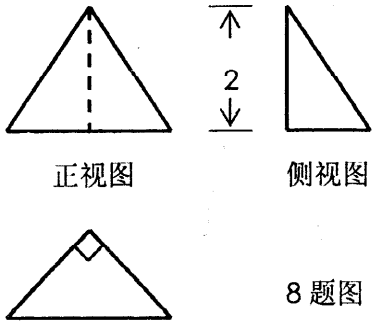
6 题图

7. 已知变量x,y满足约束条件$\begin{cases} x-y\geq 0 \\ x+y\geq 0 \\ 2x-y\leq 2 \end{cases}$，则$x^2+(y-1)^2$的最小值为（　　）.

A. 0　　B. 1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

8. 已知一个三棱锥的三视图如图所示，其中正视图的高为 2，俯视图是等腰直角三角形，该三棱锥的外接球的半径为$\sqrt{3}$，则该三棱锥的体积为（　　）.

A. 4　　B. $\frac{4}{3}$　　C. 2　　D. 6



8 题图

9. 有公共焦点F的双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,b>0)$与抛物线$y^2=2px(p>0)$相交于A, B两点，若公共弦AB恰好过公共焦点F，则双曲线C的离心率为（　　）.

A. $\sqrt{2}$　　B. $1+\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $2+\sqrt{2}$

10. 已知定义在R上的函数$y=f(x)$对任意的x都满足$f(x+1)=-f(x)$，当$0\leq x<1$时，$f(x)=x^3$，若函数$g(x)=f(x)-\log_a|x|$至少有 4 个零点，则实数a的取值范围是（　　）.

A. $(0,\frac{1}{3}]\cup[3,+\infty)$　　B. $(0,\frac{1}{3})\cup(3,+\infty)$

C. $(0,\frac{1}{2})\cup(3,+\infty)$　　D. $(0,1)\cup(3,+\infty)$

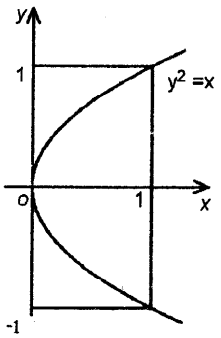
第Ⅱ卷（非选择题　共 90 分）

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分．在答题卡上的相应题目的答题区域内作答．

11. 若随机变量X服从正态分布$N(100,\ \sigma^2)$，且$P(X<120)=0.85$，则$P(80<X<100)=$_____.

12. 若$(1-ax)^5$的展开式中各项系数之和为 32，其中$a\in R$，该展开式中含x^2项的系数为_____.

13. 在长方形区域$\{(x,y)|0\le x\le 1,\ -1\le y\le 1\}$中任取一点$P$，则点$P$恰好取自抛物线$y^2=x$和直线$x=1$所围成的区域的概率为____.



13题图

14. 对大于或等于2的正整数的幂运算有如下分解方式：

$2^2=1+3$，　$3^2=1+3+5$，　$4^2=1+3+5+7$　…

$2^3=3+5$，　$3^3=7+9+11$，　$4^3=13+15+17+19$　…

根据上述分解规律，若$m^2=1+3+5+\cdots+11$，p^3的分解中最小的正整数是31，则$m+p=$_____.

15. 已知集合$M=\{(x\ y)|y=f(x)\}$，若对于任意$(x_1,y_1)\in M$，存在$(x_2,y_2)\in M$，使得$x_1x_2+y_1y_2=0$成立，则称集合M是“垂直对点集”．给出下列四个集合：

①$M=\left\{(x\ y)\middle|y=\dfrac{1}{x}\right\}$；　②$M=\{(x\ y)|y=\sin x+1\}$；③$M=\{(x\ y)|y=\log_2 x\}$；

④$M=\{(x\ y)|y=e^x-2\}$．其中是“垂直对点集”的序号是 _____.

三、解答题：本大题共6小题，共80分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。在答题卡上的相应题目的答题区域内作答.

16.（本小题满分13分）　一口袋中有2个红球，3个黑球，每个球被抽到的机会均等，且规定：抽到一个红球得2分，抽到一个黑球得1分.

（Ⅰ）若从袋中有放回的抽取3次，每次抽取一个球，求恰有两次取到红球的概率；

（Ⅱ）若从袋中一次抽取3个球，求抽取的3个球得分之和ξ的分布列与数学期望$E\xi$.

17.（本小题满分13分）　设函数$f(x)=\sin(x+\dfrac{\pi}{6})-2\cos^2\dfrac{x}{2}$，$(x\in R)$

（Ⅰ）求$f(x)$的单调递增区间；

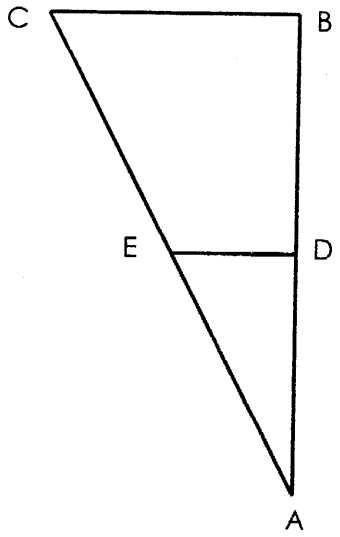
（Ⅱ）记△ABC的内角A、B、C的对边长分别为a、b、c，若$f(B)=-1$，$b=1$，$c=\sqrt{3}$，求a的值及△ABC的面积.

18．（本小题满分 13 分） 如图 1，在ΔABC中，$\angle B=90^0$， D、E分别是AB、AC的中点．将ΔADE沿DE折起到ΔPDE的位置，使得$\angle PDB=60°$，如图 2，连接PB，PC，O、F分别是BD、PB的中点，连接PO、DF．

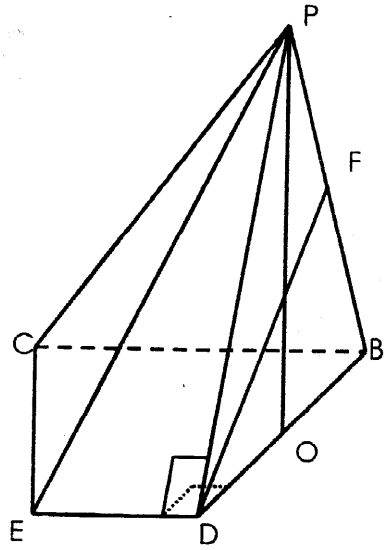
（Ⅰ）求证：$PO\perp$平面$BCED$；

（Ⅱ）求证：$DF//$平面PCE；

(Ⅲ) 连接FC，CD，若$DB=2$，$BC=\sqrt{2}$，求二面角$F-CD-B$的大小．



18 题图 1



18 题图 2

19．（本小题满分 13 分）

某地区荒山 2200 亩，从 2009 年开始每年年初在荒山植树造林，第一年植树 100 亩，以后每一年比上一年多植树 50 亩（假定全部成活）．

（Ⅰ）至少需几年可将荒山全部绿化？

（Ⅱ）如果每亩所植树苗的木材量为$\dfrac{a}{50}$立方米，每年树木木材量的自然增长率为 100 %，那么全部绿化后的那一年年底，该山木材总量是多少立方米？

20.（本小题满分 14 分）

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$的离心率$e=\frac{\sqrt{2}}{2}$，且经过点$M(0,1)$.

（Ⅰ）求椭圆C的方程；

（Ⅱ）设F_1、F_2是椭圆C的焦点，P为椭圆C上任意一点，若$\angle F_1PF_2=60°$，求$|PF_1|\cdot|PF_2|$之值；

（Ⅲ）过点M分别作直线MA、MB交椭圆C于A、B两点，设两直线MA、MB的斜率分别为k_1，k_2，且$k_1+k_2=1$，试判断直线AB是否过定点，若是，请求出此定点；若不是，请说明理由.

21.（本小题满分 14 分）

（Ⅰ）求函数$f(x)=\ln x-(x-1)$的极值；

（Ⅱ）设函数$g(x)=x\cdot\ln x$，若对任意实数$m\in(0,1)$，总存在$x_0>0$，使得$g'(x_0)=\frac{g(m)-g(1)}{m-1}$成立，其中$g'(x)$是$g(x)$的导函数，证明：$x_0>m$；

（Ⅲ）设常数$a<\frac{1}{3}$，求函数$h(x)=\ln x-\frac{1}{2}a\cdot x^2$的零点个数，并证明你的结论.

草 稿 纸

2013-2014学年(上) 三明市A片区高中联盟校联合命题考试

高三数学（理科）试题参考答案及评分标准

一、选择题（每小题5分，共50分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	A	B	D	C	C	B	B	C

二、填空题（每小题4分，共20分）

11. 0.35，　12. 10，　13. $\frac{2}{3}$，　14. 12，　15. ②④

三、解答题（共6小题80分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。）

16. 解：（Ⅰ）依题意得抽1次得到红球的概率为 $p=\frac{2}{5}$，

所以抽取3次恰有2次取到红球的概率为

$P=C_3^2p^2(1-p)=3\times\left(\frac{2}{5}\right)^2\times\frac{3}{5}=\frac{36}{125}$ ……5分

（Ⅱ）依题意得 $\xi=3,\ 4,\ 5$ ……6分

所以 $P(\xi=3)=\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}$；$P(\xi=4)=\frac{C_3^2C_2^1}{C_5^3}=\frac{3}{5}$；$P(\xi=5)=\frac{C_3^1C_2^2}{C_5^3}=\frac{3}{10}$

……10分

ξ 的分布列是：

ξ	3	4	5
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

……11分

$E\xi=3\times\frac{1}{10}+4\times\frac{3}{5}+5\times\frac{3}{10}=\frac{21}{5}$（分）（注：单位“分”没写，本次不扣分）

……13分

17. 解：（Ⅰ）$f(x)=\sin x\cos\frac{\pi}{6}+\cos x\sin\frac{\pi}{6}-\cos x-1$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x-1=\sin(x-\frac{\pi}{6})-1$ ……3分

令 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le x-\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$，得 $2k\pi-\frac{\pi}{3}\le x\le 2k\pi+\frac{2\pi}{3},k\in Z$，

$\therefore f(x)$ 单调递增区间是 $\left[2k\pi-\frac{\pi}{3},2k\pi+\frac{2\pi}{3}\right]k\in Z$。 ……6分

（Ⅱ）由 $f(B)=-1$ 得 $\sin(B-\frac{\pi}{6})-1=-1$，即 $\sin(B-\frac{\pi}{6})=0$，

又因$0<B<\pi$，故$B=\frac{\pi}{6}$。 ……8分

解法一：由余弦定理$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$,得$a^2-3a+2=0$，解得$a=1$或2。

……11分

解法二：由正弦定理$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$得$\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$C=\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$

当$C=\frac{\pi}{3}$时，$A=\frac{\pi}{2}$，从而$a=\sqrt{b^2+c^2}=2$；

当$C=\frac{2}{3}\pi$时，$A=\frac{\pi}{6}$,又B$=\frac{\pi}{6}$，从而$a=b=1$。

故$a=1$或2 ……11分

$\therefore$当$a=2$时，$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$；当$a=1$时，$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{4}$ …13分

（若只得一解，扣2分）

18.（Ⅰ）$\because DE\perp PD, DE\perp BD$ $PD\cap BD=D$

$\therefore ED\perp$平面PBD，$\therefore ED\perp PO$，即$PO\perp ED$ ……1分

在ΔPBD中，$\because PD=BD$，$\angle PDB=60°$，$\therefore\Delta PBD$为等边三角形，

$\because O$是BD中点，$\therefore PO\perp BD$， ……2分

又$\because ED\cap BD=D$ $\therefore PO\perp$面$BCED$. ……3分

（Ⅱ）证法一：如图，取PC的中点M，连接FM，ME. ……4分

在△PBC中，PF=BF，PM=MC，

所以. $FM//BC$且$FM=\frac{1}{2}BC$

同理，在△ABC中，AD=DB，AE=EC，

所以. $ED//BC$且$ED=\frac{1}{2}BC$，

所以$DE//FM$且$DE=FM$，……6分

所以四边形DEMF为平行四边形，

故DF∥EM. ……7分

因为EM ⊂平面PCE，DF⊄平面PCE，

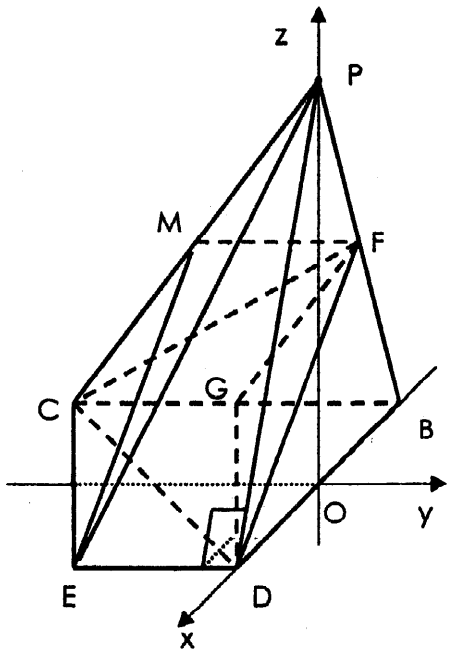
所以DF∥平面PCE. ……8分

证法二：如图，取BC的中点G，连接DG，FG. ……4分

在△PBC中，PF=BF，BG=CG，

所以GF//PC. 所以GF∥平面PCE.

在△ABC中，AD=DB，AE=EC，



所以. $ED//BC$ 且 $ED=\frac{1}{2}BC$，所以 $CG//DE$ 且 $CG=DE$，

所以四边形 GCED 为平行四边形，所以 DG∥CE. 所以 DG∥平面 PCE. …6 分

又因为 DG∩GF=G,所以平面 DFG∥平面 PCE. ……7 分

因为 DF⊂平面 DFG，所以 DF∥平面 PCE. ……8 分

(III) 如图，以 O 为坐标原点，分别以 $\overrightarrow{OD}$，$\overrightarrow{OP}$ 所在方向为 x、z 轴正方向，建立空间直角坐标系 $O-xyz$，$\because DB=2$，$\therefore PO=\sqrt{3}$，$OD=OB=1$，又 $\because BC=\sqrt{2}$

$\therefore O(0,0,0)$，$D(1,0,0),B(-1,0,0),P(0,0,\sqrt{3}),C(-1,-\sqrt{2},0)$.

$\therefore F\left(-\frac{1}{2},\ 0,\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$\therefore\ \overrightarrow{DF}=\left(-\frac{3}{2},\ 0,\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$\overrightarrow{DC}=\left(-2,\ -\sqrt{2},\ 0\right)$ ……9 分

设平面 FCD 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，由 $\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{DC}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{DF}\end{cases}$，得 $\begin{cases}-2x-\sqrt{2}y=0\\ -\frac{3}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}z=0\end{cases}$ $\therefore\begin{cases}\sqrt{2}x+y=0\\ \sqrt{3}x-z=0\end{cases}$，

取 $x=1$，则 $y=-\sqrt{2}$，$z=\sqrt{3}$，

所以 $\vec{n}=\left(1,\ -\sqrt{2},\ \sqrt{3}\right)$ 为平面 CDF 的一个法向量. ……10 分

$\because OP\perp$ 平面 BCED，$\therefore\overrightarrow{OP}=\left(0,0,\ \sqrt{3}\right)$ 为平面 BCD 的一个法向量.

所以 $COS\left\langle\overrightarrow{OP},\ \vec{n}\right\rangle=\frac{\overrightarrow{OP}\cdot\vec{n}}{\left|\overrightarrow{OP}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|}=\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{1+2+3}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ……12 分

设二面角 $F-CD-B$ 的大小为 θ，由图可知 $\theta\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以 $\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\therefore\ \theta=45°$，即二面角 $F-CD-B$ 的大小为 $45°$ ……13 分

19. 解(Ⅰ)设第 n 年植树造林 a_n 亩，数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，

则数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，其中 $a_1=100,\ d=50,$

$\therefore a_n=100+50\times(n-1)=50(n+1)$

$\therefore S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d=100n+\frac{n(n-1)}{2}\times50=25\left(n^2+3n\right)$，

（或 $S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=25\left(n^2+3n\right)$） ……4 分

要将荒山全部绿化，只要 $S_n\geq2200$，即 $25\left(n^2+3n\right)\geq2200$

$\therefore\ n^2+3n-8\times11\geq0$ 得 $n\geq8(\because n\in N)$

所以需要 8 年可将荒山全部绿化。 ……6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 $n=8$，全部绿化后的那一年年底，该山木材总量是 S 立方米，依题意得

$$S=\frac{a}{50}[a_1(1+100\%)^8+a_2(1+100\%)^7+a_3(1+100\%)^6+\cdots+a_8(1+100\%)]$$

$=\frac{a}{50}(100\times2^8+150\times2^7+200\times2^6+\cdots+450\times2)$

$=(2\times2^8+3\times2^7+4\times2^6+\cdots+9\times2)a$ ……①……9 分

$\therefore 2S=(2\times2^9+3\times2^8+4\times2^7+\cdots+9\times2^2)a$ ……②

由②-①得 $S=\left[2\times2^9+(2^8+2^7+\cdots+2^2)-9\times2\right]a$

$=\left(2\times2^9+\frac{2^2-2^8\times2}{1-2}-9\times2\right)a=\left(3\times2^9-2^2-9\times2\right)a=1514a$

所以全部绿化后的那一年年底即第 8 年底，该山木材总量是 $1514a$ 立方米 …13 分

20. 解：（Ⅰ）由题意，$\begin{cases}b=1\\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$ ……1 分

解得 $c^2=1$，$a^2=2$，所以椭圆方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$. ……3 分

（Ⅱ）由题意，$|PF_1|+|PF_2|=2\sqrt{2}$，在 ΔABC 中，$\angle F_1PF_2=60°$

$\therefore |F_1F_2|^2=|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1|\cdot|PF_2|\cdot\cos\angle F_1PF_2$

$\therefore 4=(|PF_1|+|PF_2|)^2-3|PF_1|\cdot|PF_2|=8-3|PF_1|\cdot|PF_2|$

$\therefore |PF_1|\cdot|PF_2|=\frac{4}{3}$ ……7 分

（Ⅲ）法一：依题意①当直线 AB 的斜率不存在时，直线 $AB\perp x$ 轴，

设 $A(t,y_1)$，则 $B(t,-y_1)$，此时 $k_1+k_2=\frac{y_1-1}{t}+\frac{-y_1-1}{t}=-\frac{2}{t}=1$，

得 $t=-2\notin\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$，不合题意，舍弃。 ……8 分

②当直线 AB 的斜率存在时，设直线 AB 的方程为 $y=kx+m(m\neq1)$，

代入 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$，得 $(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-2=0$，设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

$\therefore\ \Delta>0$ 且 $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{-4km}{2k^2+1}\\ x_1\cdot x_2=\frac{2m^2-2}{2k^2+1}\end{cases}$ ……9 分

$\because k_1+k_2=1 \therefore \dfrac{y_1-1}{x_1}+\dfrac{y_2-1}{x_2}=1$ 即 $\dfrac{kx_1+m-1}{x_1}+\dfrac{kx_2+m-1}{x_2}=1$ ……11 分

整理得 $(2k-1)x_1x_2+(m-1)(x_1+x_2)=0, \therefore 2(m^2-1)(2k-1)+(m-1)(-4km)=0,$

$\because m\neq 1 \quad \therefore (m+1)(2k-1)=2km$ 得 $m=2k-1$， ……13 分

所以直线 AB 的方程为 $y=kx+2k-1=k(x+2)-1,$

所以直线 AB 恒过定点 $(-2,-1)$。 ……14 分

法二：设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，由已知得直线 AM 的方程为 $y=k_1x+1$，代入

$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$，得 $(2k_1^2+1)x^2+4k_1x=0, \therefore x_1=\dfrac{-4k_1}{2k_1^2+1}$， 同理 $x_2=\dfrac{-4k_2}{2k_2^2+1}$ …8 分

$\therefore y_1=k_1x_1+1=\dfrac{-4k_1^2}{2k_1^2+1}+1=\dfrac{-2k_1^2+1}{2k_1^2+1}=\dfrac{2}{2k_1^2+1}-1$，同理 $y_2=\dfrac{2}{2k_2^2+1}-1$ …9 分

设直线 AB 的斜率为 k，则直线 AB 的方程 $y-y_1=k(x-x_1)$ 可化为

$y=k(x-x_1)+y_1$ 即 $y=k\left(x+\dfrac{4k_1}{2k_1^2+1}\right)+\dfrac{2}{2k_1^2+1}-1$ ……① ……10 分

$\because k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \therefore k=\dfrac{\dfrac{2}{2k_2^2+1}-\dfrac{2}{2k_1^2+1}}{\dfrac{-4k_2}{2k_2^2+1}-\dfrac{-4k_1}{2k_1^2+1}}=\dfrac{k_1+k_2}{1-2k_1k_2}$ ……11 分

又 $\because k_1+k_2=1$，$\therefore k=\dfrac{1}{1-2k_1(1-k_1)}=\dfrac{1}{2k_1^2-2k_1+1}$ ……12 分

所以直线 AB 的方程①可化为 $y=kx+k\cdot\left(\dfrac{4k_1}{2k_1^2+1}\right)+\dfrac{2}{2k_1^2+1}-1$

即 $y=\dfrac{1}{2k_1^2-2k_1+1}x+\dfrac{1}{(2k_1^2-2k_1+1)}\cdot\left(\dfrac{4k_1}{2k_1^2+1}\right)+\dfrac{2}{2k_1^2+1}-1$

$\therefore y=\dfrac{1}{2k_1^2-2k_1+1}x+\dfrac{4k_1+2(2k_1^2-2k_1+1)}{(2k_1^2-2k_1+1)(2k_1^2+1)}-1$

$\therefore y=\dfrac{1}{2k_1^2-2k_1+1}x+\dfrac{2(2k_1^2+1)}{(2k_1^2-2k_1+1)(2k_1^2+1)}-1$

即 $y=\dfrac{1}{2k_1^2-2k_1+1}(x+2)-1$，所以直线 AB 恒过定点 $(-2,-1)$. ……14 分

21．解：（Ⅰ）$f'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}\ (x>0)$，……1分

令$f'(x)=0$，得$x=1$；当x变化时，$f'(x)$，$f(x)$的变化情况如下表：

x	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	↗	0	↘

∴函数$f(x)$的极大值为0，无极小值 ……3分

（Ⅱ）∵ $g(x)=x\cdot\ln x$，∴ $g'(x)=\ln x+1\ (x>0)$， ……4分

又∵ $g'(x_0)=\frac{g(m)-g(1)}{m-1}$，

$\therefore g'(x_0)-g'(m)=\frac{m\cdot\ln m}{m-1}-(\ln m+1)$

$=\frac{m\cdot\ln m-(m-1)\ln m-(m-1)}{m-1}=\frac{\ln m-(m-1)}{m-1}$ ……5分

∵ $0<m<1$，由（Ⅰ）得，$\ln m-(m-1)<0$，从而$g'(x_0)>g'(m)$， ……6分

又∵ $g'(x)=\ln x+1$ 在$(0,+\infty)$上是增函数，∴ $x_0>m$ ……7分

（Ⅲ）$h'(x)=\frac{1}{x}-a\cdot x=\frac{1-ax^2}{x}\ (x>0)$

①当$a<0$时，$h'(x)>0$，$h(x)=\ln x-\frac{1}{2}a\cdot x^2$在$(0,+\infty)$上是增函数，

又∵$h(1)=-\frac{1}{2}a>0$，

$h(e^a)=\ln e^a-\frac{1}{2}a(e^a)^2=a\left(1-\frac{1}{2}e^{2a}\right)<0\ (e^{2a}<e^0=1)$ ……8分

∴当$a<0$时，$h(x)=\ln x-\frac{1}{2}a\cdot x^2$有且只有一个零点 ……9分

②当$a=0$时，$h'(x)>0$，$h(x)=\ln x$在$(0,+\infty)$上是增函数，且$h(1)=0$

∴当$a=0$时，$h(x)=\ln x$有且只有一个零点 ……10分

③当$a>0$时，令$h'(x)=0$，得$x=a^{-\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{a}}{a}$

当$x\in\left(0,a^{-\frac{1}{2}}\right)$时，$h'(x)>0$，$h(x)$在$\left(0,a^{-\frac{1}{2}}\right)$上是增函数；

当$x\in\left(a^{-\frac{1}{2}},+\infty\right)$时，$h'(x)<0$，$h(x)$在$\left(a^{-\frac{1}{2}},+\infty\right)$上是减函数，

$\therefore h(x)$在$x=a^{-\frac{1}{2}}$处取得极大值，极大值为

$$h\left(a^{-\frac{1}{2}}\right)=\ln\left(a^{-\frac{1}{2}}\right)-\frac{1}{2}a\cdot\left(a^{-\frac{1}{2}}\right)^2=-\frac{1}{2}(\ln a+1)$$ ……11 分

$\because 0<a<\frac{1}{3}$，$\therefore \ln a+1<0$, $\therefore h\left(a^{-\frac{1}{2}}\right)>0$，　又$\because h(1)=-\frac{1}{2}a<0$，

$\therefore h(x)$在$\left(0,a^{-\frac{1}{2}}\right)$上有且只有一个零点；……12 分

又由(Ⅰ)得，当$x>1$时，$\ln x-(x-1)<0$，$\therefore \ln x<x-1$

$\therefore$当$x>a^{-\frac{1}{2}}$时，$h(x)=\ln x-\frac{1}{2}a\cdot x^2<x-1-\frac{1}{2}a\cdot x^2$，　……13 分

由于$-\frac{1}{2}a<0$，所以二次函数$y=x-1-\frac{1}{2}a\cdot x^2$的开口向下，

则必存在$x_0>a^{-\frac{1}{2}}$，使得$x_0-1-\frac{1}{2}a\cdot x_0^2<0$，从而$h(x_0)<0$

$\therefore h(x)$在$\left(a^{-\frac{1}{2}},+\infty\right)$上有且只有一个零点；

故当$0<a<\frac{1}{3}$时，$h(x)$在$(0,+\infty)$上有且只有二个零点；　……14 分

综上所述：当$a\le 0$时，$h(x)=\ln x-\frac{1}{2}a\cdot x^2$有且只有一个零点；

当$0<a<\frac{1}{3}$时，$h(x)=\ln x-\frac{1}{2}a\cdot x^2$有且只有二个零点. ……14 分