双曲线练习（廖老师出题）

一、选择

1、F_1、F_2是定点，$|F_1F_2|=6$，动点 M 满足$|MF_1|-|MF_2|=6$，则点 M 的轨迹是　　（　　）

A．双曲线　　B．线段　　C．一条射线　　D．两条条射线

2、双曲线$mx^2+y^2=1$的虚轴长是实轴长的 2 倍，则$m=$(　　) A $-\frac{1}{4}$　B -4　C、4　D、$\frac{1}{4}$

3、双曲线$\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$的近线与圆$(x-3)^2+y^2=r^2(r>0)$相切，则$r=$(　　)

A、$\sqrt{3}$　B、2　C、3　D、6

4、已知双曲线$\frac{x^2}{9}-y^2=1$,左支上的点 P 与一焦点的距离为 5，则点 P 到另一焦点的距离(　　)A、11　B、11 或-1　C、11 或 1　D、1 或-1

5. 双曲线与椭圆$\frac{x^2}{5}+y^2=1$共焦点，且一条渐近线方程是$\sqrt{3}x-y=0$，双曲线方程(　　)

A．$y^2-\frac{x^2}{3}=1$　　B．$\frac{y^2}{3}-x^2=1$　　C．$x^2-\frac{y^2}{3}=1$　　D．$\frac{x^2}{3}-y^2=1$

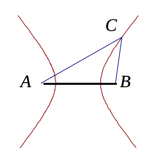
6、$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$左焦点 F，右顶点 A，虚轴上端点 B，$\overrightarrow{FB}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，则离心率为(　　)

A、$\sqrt{2}+1$　B、$\sqrt{3}+1$　C、$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　D、$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

二、填空

7．曲线 C：$\frac{x^2}{8-m}+\frac{y^2}{m-2}=1$表示焦点在 y 轴的双曲线，则 m 的范围是______

8、M 点在双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$上，$F_1$是左焦点，线段 MF_1 的中点在 y 轴上，则$|MF_1|=$ ______



9、如图，双曲线实轴长 2a，焦距 2c，在ΔABC 中，A，B 是双曲线的焦点，C 在双曲线的右支上，则$\frac{\sin B-\sin A}{\sin C}=$___

10、双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$的左右焦点是 F_1、F_2，P 在双曲线上，$\angle F_1PF_2=120°$，则$S_{\Delta PF_1F_2}=$ __

11、设圆 C_1：$(x+3)^2+y^2=16$，过点 A (3,0)的动圆 C_2 与圆 C_1 外切，则动圆 C_2 的轨迹方程是____________

三、解答

12、双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$\sqrt{5}$，弦 AB 的中点坐标为$(-\frac{1}{3},-\frac{4}{3})$，求直线 AB 的方程

13、过 M(0,1)的直线与双曲线$x^2-\frac{y^2}{3}=1$交于 A、B 两点，$\overrightarrow{MA}=-2\overrightarrow{MB}$，求$l$的方程

14、双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$离心率为$\sqrt{5}$，弦 AB 所在的直线方程为$y=x-1$，C(0,2)，若$\Delta ABC$的面积为4，求双曲线的方程

双曲线练习（廖老师出题）

一、选择

1、F_1、F_2是定点，$|F_1F_2|=6$，动点 M 满足$|MF_1|-|MF_2|=6$，则点 M 的轨迹是　　　　　（　C）

　　A．双曲线　　　　B．线段　　　　C．一条射线　　　D．两条条射线

2、双曲线$mx^2+y^2=1$的虚轴长是实轴长的 2 倍，则$m=$(A　) A $-\frac{1}{4}$　B -4　C、4　D、$\frac{1}{4}$

3、双曲线$\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$的近线与圆$(x-3)^2+y^2=r^2(r>0)$相切，则$r=$(　A　)

　　A、$\sqrt{3}$　B、2　C、3　D、6

解：$r=$焦渐距$=b=\sqrt{3}$

4、已知双曲线$\frac{x^2}{9}-y^2=1$,左支上的点 P 与一焦点的距离为 5，则点 P 到另一焦点的距离(　A)A、11　B、11 或-1　C、11 或 1　D、1 或-1

解：$a=3,c=\sqrt{10}$，$a+c>5$，一“焦点”只可能是左焦点 F_1，

于是$|PF_2|=2a+|PF_1|=6+5=11$

5. 双曲线与椭圆$\frac{x^2}{5}+y^2=1$共焦点，且一条渐近线方程是$\sqrt{3}x-y=0$，双曲线方程(　C)

　　A. $y^2-\frac{x^2}{3}=1$　　B. $\frac{y^2}{3}-x^2=1$　　C. $x^2-\frac{y^2}{3}=1$　　D. $\frac{x^2}{3}-y^2=1$

6、$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$左焦点 F，右顶点 A，虚轴上端点 B，$\overrightarrow{FB}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，则离心率为(D)

A、$\sqrt{2}+1$　B、$\sqrt{3}+1$　C、$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　D、$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

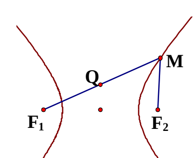
解：$\overrightarrow{FB}\cdot\overrightarrow{AB}=0,(c,b)\cdot(-a,b)=0,-ac+b^2=0,c^2-ac-a^2=0,e^2-e-1=0,e=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

二、填空

7. 曲线 C：$\frac{x^2}{8-m}+\frac{y^2}{m-2}=1$表示焦点在 y 轴的双曲线，则 m 的范围是$(8,+\infty)$______

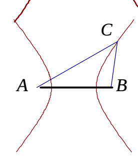
8、M 点在双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$上，线段 MF_1 的中点在 y 轴上，则丨MF_1丨＝ _11/2_____

解：$MF_2//OQ,OQ\perp x$轴，$MF_2\perp x$轴



$|MF_2|=\frac{b^2}{a}=\frac{3}{2},|MF_1|=2a+|MF_2|=4+\frac{3}{2}=\frac{11}{2}$

9、如图,双曲线实轴长 2a,焦距 2c,在ΔABC 中,A,B 是双曲线的焦点,C 在双曲线的右支上，则$\frac{\sin B-\sin A}{\sin C}$=____



复习：三角形边的同次比等于正弦的同次比

$\frac{\sin B-\sin A}{\sin C}=\frac{r_1-r_2}{2c}=\frac{2a}{2c}=\frac{a}{c}$

10、双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$的左右焦点是 F_1、F_2，P 在双曲线上，$\angle F_1PF_2=120°$，则$S_{\triangle PF_1F_2}=\sqrt{3}$

解：设$|PF_1|=r_1,|PF_2|=r_2$,则$S_{\Delta PF_1F_2}=\frac{1}{2}r_1r_2\sin120^\circ$

$\begin{cases}r_1-r_2=\pm 2a & (1)\\ r_1^2+r_2^2+r_1r_2=4c^2 & (2)\end{cases}$　　$(1)^2$得$r_1^2+r_2^2-2r_1r_2=4a^2$　(3)

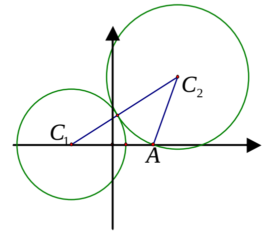
$(3)-(2)$得$3r_1r_2=4b^2,r_1r_2=\frac{4}{3}b^2,S_{\Delta PF_1F_2}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}b^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}b^2$

11、设圆 C_1：$(x+3)^2+y^2=16$，过点 A (3,0)的动圆 C_2 与圆 C_1 外切，则动圆 C_2 的轨迹方程是______________

解：设动圆半径r，

则$|C_2C_1|=4+r,|C_2C_1|=r,|C_2C_1|-|C_2C_1|=4$

$a=2,c=3,b^2=5,\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1(x\geq 2)$



三、解答

12、双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$\sqrt{5}$，弦 AB 的中点坐标为$(-\frac{1}{3},-\frac{4}{3})$，求弦 AB 所在的直线

解: $c=\sqrt{5}a,b^2=c^2-a^2=4a^2$,双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4a^2}=1,4x^2-y^2=4a^2$

设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,则$4x_1^2-y_1^2=4a^2,4x_2^2-y_2^2=4a^2,$

$$4(x_1+x_2)(x_1-x_2)-(y_1+y_2)(y_1-y_2)=0$$

$$4(-\frac{2}{3})-(-\frac{8}{3})K_{AB}=0,k_{AB}=1,\text{直线 AB}: y=x-1$$

13、过 M(0,1)的直线与双曲线$x^2-\frac{y^2}{3}=1$交于 A、B 在上，$\overrightarrow{MA}=-2\overrightarrow{MB}$,求$l$的方程

解:当l斜率不存在时不合

当l斜率存在时设$l: y=kx+1, A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

$\overrightarrow{MA}=-2\overrightarrow{MB}$, $(x_1,y_1-1)=-2(x_2,y_2-1),x_1=-2x_2$①

联立$\begin{cases}y=kx+1\\ 3x^2-y^2=3\end{cases}$消 y 得$(3-k^2)x^2-2kx-4=0$,

$x_1+x_2=\frac{2k}{3-k^2}$②$,x_1x_2=\frac{-4}{3-k^2}$③

由①②得$x_2=\frac{-2k}{3-k^2},x_1=\frac{4k}{3-k^2}$代入③得$,\frac{-8k^2}{(3-k^2)^2}=\frac{-4}{3-k^2},k^2=1,k=\pm1,\Delta>0$

l的方程是$y=\pm x+1$

14、双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$离心率为$\sqrt{5}$，弦 AB 所在的直线方程为 $y=x-1$，C(0,2)，若ΔABC的面积为 4，求双曲线的方程

解 1：C(0,2)到直线 AB: $x-y-1=0$的距离$d=\frac{3}{\sqrt{2}}$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}d|AB|=\frac{3}{2\sqrt{2}}|AB|=4\,(1)$$

联立$\begin{cases}y=x-1\\ 4x^2-y^2=4a^2\end{cases}$消 y 得$3x^2+2x-1-4a^2=0$

$x_1+x_2=-\frac{2}{3}, x_1x_2=\frac{-1-4a^2}{3}$

$|AB|=\sqrt{2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{2}\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{4(1+a^2)}{3}}$ 代入(1)

$\frac{3}{2}\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{4(1+a^2)}{3}}=4, a^2=1, \Delta>0$,双曲线的方程 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$

解 2：C(0,2)到直线 AB: $x-y-1=0$ 的距离 $d=\frac{3}{\sqrt{2}}$

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}d|AB|=4,$

联立 $\begin{cases} y=x-1 \\ 4x^2-y^2=4a^2 \end{cases}$ 消 y 得 $3x^2+2x-1-4a^2=0$

$\Delta=4+12(1+4a^2)=16(3a^2+1)$

$|AB|=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{16(3a^2+1)}}{3}$

$\frac{1}{2}\times\frac{3}{\sqrt{2}}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{16(3a^2+1)}}{3}=4, a^2=1$， $\Delta>0$,双曲线的方程 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$

讲两个计算大本 P30/达标

$y=x+m$ **与椭圆** $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{25}=1$ **有两个公共点，求 m 的范围**

解： $\begin{cases} y=x+m \\ 25x^2+144y^2=25\times144 \end{cases}$ **消 y 得**

$$
\begin{aligned}
&25x^2+144(x+m)^2=25\times144 \\
&25x^2+144(x^2+2mx+m^2)^2=25\times144 \\
&169x^2+2\times144mx+144m^2-25\times144=0 \\
&D=4\times144^2m^2-4\times169(144m^2-25\times144)>0 \\
&144m^2-169(m^2-25)>0 \\
&25\times169>25m^2 \\
&m^2<169, -13<m<13
\end{aligned}
$$

大本 P32/5

焦点在 x 轴上的双曲线过点 $P(4\sqrt{2},-3)$,且点 Q(0,5) 与两焦点的连线互相垂直，求此双曲线的标准方程。

解：**设所求方程** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$

则 $\begin{cases} \dfrac{32}{a^2} - \dfrac{9}{b^2} = 1 \\ \dfrac{5}{c} \times \dfrac{5}{-c} = -1 \\ a^2 + b^2 = c^2 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a^2 = 16 \\ b = 9 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a^2 = 50 \\ b = -25 \end{cases}$ (舍去) 所求 $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$

计算过程 $\dfrac{32}{a^2} - \dfrac{9}{25 - a^2} = 1$，设 $t = a^2$

于是 $\dfrac{32}{t} - \dfrac{9}{25 - t} = 1, 32(25 - t) - 9t = t(25 - t)$

$32 \times 25 - 32t - 9t = 25t - t^2$

$t^2 - 66t + 32 \times 25 = 0$

$(t - 16)(t - 50) = 0$

$t = 16$ 或 $t = 50$

小本 P80/8

与双曲线 $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ **有共焦点的双曲线过点** $P(-\dfrac{\sqrt{5}}{2}, -\sqrt{6})$**,求该双曲线的方程**

解 1：设所求方程 $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0，b > 0)$

则 $\begin{cases} \dfrac{5}{4a^2} - \dfrac{6}{b^2} = 1 \\ a^2 + b^2 = 25 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a^2 = \dfrac{125}{4} \\ b = -\dfrac{25}{4} \end{cases}$ (舍去)或 $\begin{cases} a^2 = 1 \\ b = 24 \end{cases}$，所求 $x^2 - \dfrac{y^2}{24} = 1$

计算过程 $\dfrac{5}{4a^2} - \dfrac{6}{25 - a^2} = 1$，设 $t = a^2$

于是 $\dfrac{5}{4t} - \dfrac{6}{25 - t} = 1, 5(25 - t) - 24t = 4t(25 - t)$

$125 - 5t - 24t = 100t - 4t^2$

$4t^2 - 129t + 125 = 0$

$(4t - 125)(t - 1) = 0$

$t = \dfrac{125}{4}$ 或 $t = 1$