椭圆练习（廖老师出题）

一、选择

1．椭圆$2x^2+3y^2=6$的焦距是 （　　）

A．2　　　B．$2(\sqrt{3}-\sqrt{2})$　　C．$2\sqrt{5}$　　　D．$2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

2．F_1、F_2是定点，$|F_1F_2|=6$，动点 M 满足$|MF_1|+|MF_2|=6$，则点 M 的轨迹是 （　　）

A．椭圆　　　B．直线　　　C．线段　　　D．圆

3、椭圆$mx^2+y^2=1$的长轴是短轴长的 2 倍,则$m=($　　　$)$

(A) $\frac{1}{4}$　(B) 2　(C) 4 或$\frac{1}{4}$　(D) 2 或$\frac{1}{2}$

4．椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$上一点 M 到焦点 F_1的距离为 2，N 是 MF_1的中点，则|ON|= （　　）

A、2　　　B、4　　　C、6　　　D、8

5．椭圆$4x^2+9y^2=144$内有一点 P（3，2）过点 P 的弦恰好以 P 为中点，那么这弦所在直线的方程为 （　　）

A．$3x+2y-12=0$　B．$2x+3y-12=0$　C．$4x+9y-144=0$　D．$9x+4y-144=0$

6、一个圆的圆心为椭圆的右焦点，且该圆过椭圆的中心交椭圆于 P,直线 PF_1（F_1为椭圆的左焦点）是该圆的切线，则椭圆的离心率为 （　　）

A．$\frac{1}{2}$　　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　D．$\sqrt{3}-1$

二、填空题

7、若方程$\frac{x^2}{9-m}+\frac{y^2}{m-4}=1$表示椭圆,则 m 的取值范围是________________

8．设 F_1、F_2是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$的两个焦点，P 在椭圆上，$\overrightarrow{PF_1}\bullet\overrightarrow{PF_2}=0$

且$\angle PF_1F_2=30°$，则椭圆的离心率=___________________

9.动点 P 在椭圆$4x^2+9y^2=36$上,作 PA ^ x轴于Q ,则 PQ 的中点的轨迹方程是__________

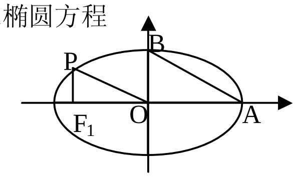
10.已知圆$C:(x+1)^2+y^2=25$及点$A(1,0)$,Q为圆上一点，AQ 的垂直平分线交 CQ 于 M，则点 M 的轨迹方程为__________________

三、解答题

11．椭圆离心率是$\frac{1}{2}$且过(1,2)点,求椭圆的标准方程

12、点 P 在椭圆$\frac{x^2}{4}+y^2=1$上, F_1、F_2是焦点，　Ð$F_1PF_2=90°$，求 DPF_1F_2的面积

13、.如图椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 左焦点为、右顶点、上顶点分别为 F_1、A、B，点 P 在 x 轴上,$PF_1\perp x$ 轴，OP∥AB，求(1)椭圆的离心率(2)若椭圆过点(2,1)求椭圆方程



14、椭圆 $\frac{x^2}{9}+y^2=1$，过左焦点 F 作倾斜角为 $\frac{p}{6}$ 的直线交椭圆于 A、B 两点，求弦 AB 的长

15、已知椭圆 C：$\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{5}=1$，直线 l 过(0,3)与椭圆 C 交于 A,B 两点为,$|AB|=\frac{4\sqrt{6}}{3}$ 求直线 l 的方程

椭圆练习（廖老师出题）

1．椭圆$2x^2+3y^2=6$的焦距是　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　A）

A．2　　　B．$2(\sqrt{3}-\sqrt{2})$　　　C．$2\sqrt{5}$　　　D．$2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

2．F_1、F_2是定点，$|F_1F_2|=6$，动点M满足$|MF_1|+|MF_2|=6$，则点M的轨迹是　　　（C）

A．椭圆　　　B．直线　　　C．线段　　　D．圆

3、椭圆$mx^2+y^2=1$的长轴是短轴长的2倍,则$m=$(C　)

(A) $\frac{1}{4}$　(B) 2　(C) 4或$\frac{1}{4}$　(D) 2或$\frac{1}{2}$

4．椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$上一点M到焦点$F_1$的距离为2，N是$MF_1$的中点，则|ON|=　（ B ）

A、2　　　B、4　　　C、6　　　D、8

5．椭圆$4x^2+9y^2=144$内有一点P（3，2）过点P的弦恰好以P为中点，那么这弦所在直线的方程为　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（B）

A．$3x+2y-12=0$　B．$2x+3y-12=0$　C．$4x+9y-144=0$　D．$9x+4y-144=0$

6、一个圆的圆心为椭圆的右焦点，且该圆过椭圆的中心交椭圆于P,直线PF_1（F_1为椭圆的左焦点）是该圆的切线，则椭圆的离心率为　　　　　　　　　　　（ D ）

A．$\frac{1}{2}$　　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　D．$\sqrt{3}-1$

7、若方程$\frac{x^2}{9-m}+\frac{y^2}{m-4}=1$表示椭圆,则m的取值范围是_4<m<9且$m \neq \frac{13}{2}$

8．设F_1、F_2是椭圆　$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$的两个焦点，P在椭圆上，$\overrightarrow{PF_1}\bullet\overrightarrow{PF_2}=0$

且$\angle PF_1F_2=30°$，则椭圆的离心率=______________

解：$PF_2=c,PF_1=\sqrt{3}c,c+\sqrt{3}c=2a,\frac{c}{a}=\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\sqrt{3}-1$

9．动点P在椭圆$4x^2+9y^2=36$上,作$PA \perp x$轴于Q,则PQ的中点的轨迹方程是

$4x^2+36y^2=36$___

10. 已知圆$C:(x+1)^2+y^2=25$及点$A(1,0)$,Q为圆上一点,AQ的垂直平分线交CQ于M,则点M的轨迹方程为_$\frac{4x^2}{25}+\frac{4y^2}{21}=1$______

11．椭圆离心率是$\frac{1}{2}$且过(1,2)点,求椭圆的标准方程

解:1°当焦点在x轴时，

设$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$

则$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{1}{2}\\ \frac{1}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$,解得$a^2=\frac{19}{3}$，$b^2=\frac{19}{4}$

2°当焦点在y轴时，设$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$

则$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{1}{2}\\ \frac{4}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$,解得$a^2=\frac{16}{3}$，$b^2=4$

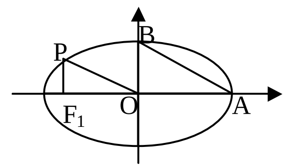
综上，所求$\frac{3x^2}{19}+\frac{4y^2}{39}=1$或$\frac{3y^2}{16}+\frac{x^2}{4}=1$

12、点 P 在椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 上, F_1、F_2 是焦点， Đ$F_1PF_2=90^\circ$，求 DPF_1F_2 的面积

解：设 $|PF_1|=r_1, |PF_2|=r_2$, 则 $S_{DPF_1F_2}=\dfrac{1}{2}r_1r_2$, $\begin{cases} r_1+r_2=2a & (1) \\ r_1^2+r_2^2=4c^2 & (2) \end{cases}$ $(1)^2$ 得 $r_1^2+r_2^2+2r_1r_2=4a^2$ (3)

$(3)-(2)$ 得 $2r_1r_2=4b^2, r_1r_2=2b^2, S_{DPF_1F_2}=\dfrac{1}{2}\times 2b^2=b^2=1$

13、.如图椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 左焦点为、右顶点、上顶点分别为 F_1、A、B，点 P 在 x 轴上,$PF_1\perp$ x 轴，OP∥AB，求(1)椭圆的离心率(2)若椭圆过点(2,1)求椭圆方程



解：(1) $OP//AB, \dfrac{PF_1}{OF_1}=\dfrac{OB}{OA}, \dfrac{\frac{b^2}{a}}{c}=\dfrac{b}{a}, b=c, a=\sqrt{2}c, \mathrm{e}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(2)化为 $\dfrac{x^2}{2c^2}+\dfrac{y^2}{c^2}=1, x^2+2y^2=2c^2$, 过 $(2,1)$

于是 $4+2=2c^2$，$c^2=3$，椭圆 $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{3}=1$

14、椭圆 $\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$，过左焦点 F 作倾斜角为 $\dfrac{p}{6}$ 的直线交椭圆于 A、B 两点，求弦 AB 的长

解 $a^2=9, b^2=1, c^2=8, \mathrm{c}=2\sqrt{2}$, 左焦点 $F(-2\sqrt{2},0)$

$k_{AB}=\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，直线 AB: $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x-2\sqrt{2})$, 设 $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$

联立 $\begin{cases} y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x-2\sqrt{2}) \\ x^2+9y^2=9 \end{cases}$，消 y 得 $4x^2-12\sqrt{2}x+15=0, x_1+x_2=3\sqrt{2}, x_1x_2=\dfrac{15}{4}$

$|AB|=\sqrt{(1+\dfrac{1}{3})[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}=\sqrt{\dfrac{4}{3}(18-15)}=2$

15、已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{10}+\dfrac{y^2}{5}=1$，直线 l 过(0,3)与椭圆 C 交于 A,B 两点为,|AB|=$\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$ 求直线 l 的方程

解: （1）当 l 斜率不存在时, |AB|=2b=2$\sqrt{5}$ 不合舍去,

(2) 当 l 斜率存在时，设直线 l：$y=kx+3$，设 $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$

联立, $\begin{cases} y=kx+3 \\ x^2+2y^2=10 \end{cases}$，$(2k^2+1)x^2+12kx+8=0$ 即

$x_1 + x_2 = -\frac{12k}{2k^2+1}, x_1 x_2 = \frac{8}{2k^2+1}$

$|AB| = \sqrt{(1+k^2)[(x_1+x_2)^2 - 4x_1 x_2]} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

$(k^2+1)[(\frac{12k}{2k^2+1})^2 - \frac{32}{2k^2+1}] = \frac{32}{3}$

$(k^2+1)[\frac{9k^2}{(2k^2+1)^2} - \frac{2}{2k^2+1}] = \frac{2}{3}, (k^2+1)(5k^2-2) = \frac{2}{3}(2k^2+1)^2,$

$3(5k^4+3k^2-2) = 2(4k^4+4k^2+1)$

$7k^4+k^2-8=0, (7k^2+8)(k^2-1)=0, k=\pm 1,$ 此时D>0

所求 $y = \pm x + 3$