第六节、求近似值与微分

1、线性近似：直线 $L(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$ 是 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,f(x_0))$ 处的切线方程

$L(x)$ 叫做 $f(x)$ 在点 x_0 处的线性近似函数。

当 x 很接近 x_0 时， $f(x)\approx T(x)$，如 $f(x_0+0.03)\approx L(x_0+0.03)=f(x_0)+0.03f'(x_0)$

2、牛顿方法：是求 $f(x)$ 的零点的近似值的方法

设 $f(x)$ 在 x_0 处的一次近似 $L(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$，令 $L(x)=0$, 得 $x=x_0-\dfrac{f(x_0)}{f'(x_0)}$，

把它记为 $x_1=x_0-\dfrac{f(x_0)}{f'(x_0)}$，再令 $f(x)$ 在 x_1 处的一次近似为 0，同理得 $x_2=x_1-\dfrac{f(x_1)}{f'(x_1)}$

一般地 $x_n=x_{n-1}-\dfrac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$，取一个符合要求的 x_n 做为 $f(x)$ 的零点的近似值

3、微分：$y=f(x)$ 在点 x_0 处线性 $L(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$，给一个在 x_0 处的增量 Δx，

得 $\Delta f(x)=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$， $\Delta L(x)=L(x_0+\Delta x)-L(x_0)=f'(x_0)\Delta x$ (*)

注意到 $f(x_0)=L(x_0)$，由线性近似得 $\Delta f(x)\approx\Delta L(x)$

当 $\Delta x\neq 0$ 时，记 $dx=\Delta x, df(x)=\Delta L(x)$，它们分别叫做 $y=f(x)$ 在 x_0 处的 x 与 $f(x)$ 的微分，由(*)知 $\dfrac{df(x)}{dx}=f'(x_0)$ 或 $df(x)=f'(x_0)dx$，线性近似公式也可写成 $\Delta f(x)\approx df(x)$