抛物线练习(廖老师出题)

1、抛物线 $y^2=12x$ 上与焦点的距离等于 8 的点的横坐标是（　　　）

A、2　　　B、3　　　C、4　　　D、5

2、抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 焦点为（　　　）

A.（0，2）　B.（0，1）　C.（0，$\frac{1}{16}$）　D.（1，0）

3、过定点 P（0，2）作直线 l，使 l 与曲线 $y^2=4x$ 有且仅有 1 个公共点，这样的直线 l 共有（　　）　A.1 条　　B.2 条　　C.3 条　　D.4 条

4、若椭圆 $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}=1$ $(a>b>o)$和双曲线 $\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{n}=1(m>o,n>o)$有相同的焦点 F_1 和 F_2，P 为两曲线的交点，则$|PF_1|\bullet|PF_2|$为（　　）A、$2(a-m)$　B、$4(a-m)$　C、$\sqrt{a}-\sqrt{m}$　D、$a-m$

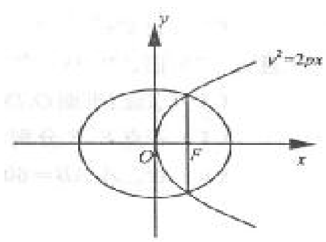
5、若双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{m}=1$ 的渐近线 l 方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{5}}{3}x$，则双曲线焦点 F 到渐近线 l 的距离为(　　)

A. 2　　B. $\sqrt{14}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{5}$

6、直线 y=x+m 与曲线 $\sqrt{1-y^2}=x$ 有两个不同交点，则实数 m 的取值范围为（　　）

A、($-\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$)　B、($-\sqrt{2}$，-1]　C、($-\sqrt{2}$，1]　D、[1，$\sqrt{2}$)

7、如图，已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 焦点 F 恰好是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的右焦点，且两条曲线交点的连线过点 F，则该椭圆的离心率为（　　）



A. $\sqrt{2}-1$　B. $2(\sqrt{2}-1)$　C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

8、过点 P(-2，-4)的抛物线的标准方程为______________。

9. 已知 M 是抛物线 $y^2=12x$ 上的动点，过 M 分别作 x 轴，y 轴的垂线，垂足分别为 A、B，且 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PB}$. 则点 P 的轨迹方程是______________

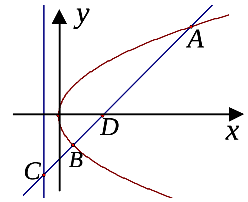
10、抛物线 $y^2=-8x$ 中，以(-1,1)为中点的弦所在的直线方程是___________

11、点 P 是椭圆 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 上的一点，F_1,F_2 是椭圆的左右焦点，A(0,2)，则 $|PA|-|PF_1|$ 的最大值是______，$|PA|-|PF_1|$ 最小值是_______

12、抛物线 $y^2=4x$ 上有两个定点 A、B 分别在对称轴的上下两侧，F 为抛物线的焦点，|FA|=2，|FB|=5，点 P 在抛物线 AOB 这段曲线上，当△PAB 的面积最大时 P 点的坐标是_______

13、已知直线 y=－2x + m 与抛物线 y^2=6x ，　交于两点 A、B，$OA\perp OB$，求 m 的值

14、直线l与抛物线$y^2=4x$交于 A,B 两点，与准线交于 C 点，于 x 轴交于 D(3,0)点，B 在线段 AC 上，若$|BC|:|AD|=1:3$，求直线l的方程



15、抛物线 $y^2=2px$　(p>0)的焦点为 F，AB 是过 F 的弦，l 是准线，直线 AO 交 l 于点 C，求证：　BC∥x 轴

16、抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，互相垂直的弦 AC 与 BD 都过焦点 F，求四边形 ABCD 的面积的最小值。

抛物线练习(廖老师出题)

1、抛物线 $y^2=12x$ 上与焦点的距离等于 8 的点的横坐标是（　D）

A、2　　B、3　　C、4　　D、5

解：$p=6,x+\frac{p}{2}=8,x+3=8,x=5$

2、抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 焦点为（　B　）

A.（0，2）　B.（0，1）　C.（0，$\frac{1}{16}$）　D.（1，0）

3、过定点 P（0，2）作直线 l，使 l 与曲线 $y^2=4x$ 有且仅有 1 个公共点，这样的直线 l 共有（　C　）　A.1 条　B.2 条　C.3 条　D.4 条

4、若椭圆 $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}=1$ $(a>b>o)$ 和双曲线 $\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{n}=1$ $(m>o,n>o)$ 有相同的焦点 F_1 和 F_2，P 为两曲线的交点，则 $|PF_1|\cdot|PF_2|$ 为（　D　）A、$2(a-m)$　B、$4(a-m)$　C、$\sqrt{a}-\sqrt{m}$　D、$a-m$

解：设 $|PF_1|=r_1,|PF_2|=r_2$，则 $r_1+r_2=2\sqrt{a}(1),r_1-r_2=2\sqrt{m}(2)$,

$(1)^2-(2)^2$ 得 $4r_1r_2=4a-4m,r_1r_2=a-m$

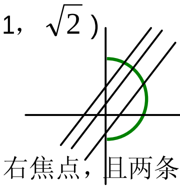
5、若双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{m}=1$ 的渐近线 l 方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{5}}{3}x$，则双曲线焦点 F 到渐近线 l 的距离为(C)

A. 2　B. $\sqrt{14}$　C. $\sqrt{5}$　D. $2\sqrt{5}$

解：$\frac{\sqrt{m}}{3}=\frac{\sqrt{5}}{3},m=5$，$F$ 到渐近线 l 的距离 $=\sqrt{m}=\sqrt{5}$

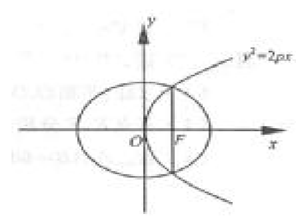
6、直线 y=x+m 与曲线 $\sqrt{1-y^2}=x$ 有两个不同交点，则实数 m 的取值范围为（ B　）

A、(-$\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$)　B、(-$\sqrt{2}$，-1]　C、(-$\sqrt{2}$，1]　D、[1，$\sqrt{2}$)



解：$\frac{-m}{\sqrt{2}}=1,m=-\sqrt{2},-\sqrt{2}<m\le-1$

7、如图，已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 焦点 F 恰好是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的右焦点，且两条曲线交点的连线过点 F，则该椭圆的离心率为（　　）



A. $\sqrt{2}-1$　B. $2(\sqrt{2}-1)$　C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

解：解: $|MF|=p=2c,|MF|=\frac{b^2}{a},\frac{b^2}{a}=2c$

$b^2=2ac,a^2-c^2=2ac,e^2+2e-1=0,e=\frac{-2+2\sqrt{2}}{2}=-1+\sqrt{2}$

8、过点 P(-2，-4)的抛物线的标准方程为____________

解：设 $y^2=ax,16=-2a,a=-8$，　设 $x^2=ay,4=-4a,a=-1$

于是标准方程是 $y^2=-8x$ 或 $x^2=-y$

9. 已知M是抛物线 $y^2=12x$ 上的动点，过M分别作 x 轴，y 轴的垂线，垂足分别为A、B，且 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PB}$. 则点P的轨迹方程是______________

解：设 $M(x_0,y_0)$，$P(x,y)$ 则 $A(x_0,0),B(0,y_0)$，$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PB}$，

$(x-x_0,y)=2(-x,y_0-y),x-x_0=-2x,y=2(y_0-y)$

$x_0=3x,y_0=\frac{3}{2}y,{y_0}^2=12x_0,\frac{9}{4}y^2=36x,y^2=16x$

10、抛物线 $y^2=12x$ 的一弦的中点是(3,1),则此弦所在的直线方程是________

解：设弦端点证明：设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$， 则

$${y_1}^2=12x_1,{y_2}^2=12x_2,(y_1-y_2)(y_1+y_2)=12(x_1-x_2),\mathrm{k}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{12}{y_1+y_2}=\frac{12}{2}=6$$

弦所在的直线方程 $y-1=6(x-3),y=6x-17$

11、点 P 是椭圆 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 上的一点，F_1,F_2 是椭圆的左右焦点，A(0,2),则

$|PA|-|PF_1|$ 的最大值是__$\sqrt{5}$_ ，$|PA|-|PF_1|$ 最小值是_$\sqrt{5}-2\sqrt{2}$___

解：$F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$，A(0,2),$|PA|-|PF_1|\le|AF_1|=\sqrt{5}$

$|PA|-|PF_1|=|PA|-(2a-|PF_2|)=|PA|+|PF_2|-2a\ge|AF_2|-2a=\sqrt{5}-2\sqrt{2}$

12、抛物线 $y^2=4x$ 上有两个定点 A、B 分别在对称轴的上下两侧，F 为抛物线的焦点，并且|FA|=2，|FB|=5，点 P 在抛物线 AOB 这段曲线上，当△PAB 的面积最大时 P 点的坐标是 $(\frac{1}{4},-1)$

解：$x_A=2-1=1,x_B=5-1=4$，$y_A>0,y_B<0$

$y_A=2,y_B=-4$，$k_{AB}=\frac{6}{-3}=-2$，设平行于 AB 的直线为 $y=-2x+m$

联立 $\begin{cases}y=-2x+m\\y^2=4x\end{cases}$ 消去 x 得 $y^2+2y-2m=0,D=4+8m=0,m=-\frac{1}{2}$

$y=-1,x=\frac{1}{4}$，于是 P 点的坐标是 $(\frac{1}{4},-1)$

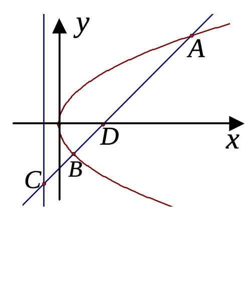
13、已知直线 y=－2x＋m 与抛物线 $y^2=6x$ ， 交于两点 A、B，$OA\perp OB$，求 m 的值

解：设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，$OA\perp OB$，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=0$，$x_1=\frac{{y_1}^2}{6},x_2=\frac{{y_2}^2}{6}$，于是 $\frac{{y_1}^2{y_2}^2}{36}+y_1y_2=0$，$y_1y_2=-36$

由 $\begin{cases}y=-2x+m\\y^2=6x\end{cases}$ 消去 x 得 $y^2+3y-3m=0$，得 $y_1y_2=-3m=-36,m=12$

14、直线 l 与抛物线 $y^2=4x$ 交于 A,B 两点，与准线交于 C 点，于 x 轴交于 D(3,0)点，B 在线段 AC 上，若 $|BC|:|\mathrm{AD}|=1:3$，求直线 l 的方程



解：$|BC|:|\mathrm{AD}|=1:3$ 于是 $\overrightarrow{\mathrm{DA}}=3\overrightarrow{CB}$

设 l：$x=ty+3$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$

准线 $x=-1$，于是 $C(-1,-\frac{4}{t})$

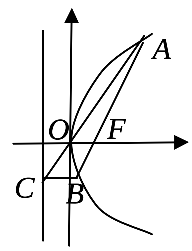
$\overrightarrow{\mathrm{DA}}=(x_1-3,y_1),\overrightarrow{\mathrm{CB}}=(x_2+1,y_2+\frac{4}{t})$，$y_1=3y_2+\frac{12}{t}\cdots(1)$

联立 $\begin{cases}x=ty+3\\y^2=4x\end{cases}$ 消 x 得 $y^2-4ty-12=0$

于是 $y_1 + y_2 = 4t\,\mathbf{L}\,(2)$ $\quad y_1 y_2 = -12\,\mathbf{L}\,(3)$

由(1)(2)得 $y_2 = t - \frac{3}{t}, y_1 = 3t + \frac{3}{t}$ 代入(3)$(t - \frac{3}{t})(t + \frac{1}{t}) = -4, t = \pm 1$

15、抛物线 $y^2=2px$ (p>0)的焦点为 F，AB 是过 F 的弦，l 是准线，直线 AO 交 l 于点 C，求证： BC∥x 轴



证明：设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$，

则直线 AO 的方程： $y = \frac{y_1}{x_1}x$，当 $x = -\frac{p}{2}$ 时得 $y = -\frac{py_1}{2x_1}$

于是 $\mathbf{C}(-\frac{p}{2}, -\frac{py_1}{2x_1})$

要证明 BC∥x 轴，只要证 $-\frac{py_1}{2x_1} = y_2$

因为 $x_1 = \frac{y_1^2}{2p}$，故只要证 $-\frac{py_1}{\frac{y_1^2}{p}} = y_2$，即证 $y_1 y_2 = -p^2$ (*)

设直线 AB: $x = ty + \frac{p}{2}$ 代入 $y^2=2px$ 得 $y^2 - 2pty - p^2 = 0$

故 $y_1 y_2 = -p^2$ 于是(*)式成立，因此 BC∥x 轴

16、抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，互相垂直的弦 AC 与 BD 都过焦点 F，求四边形 ABCD 的面积的最小值。

解：F(1,0),设直线 AC 与 BD 的方程分别为 $y = k(x-1), y = -\frac{1}{k}(x-1)$,

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$,

$\begin{cases} y = k(x-1) \\ y^2 = 4x \end{cases}$ 消去 x 得,$ky^2 - 4y - k4 = 0$

于是 $y_1 + y_2 = \frac{4}{k}$, $y_1 y_2 = -4$，

$$|AC| = \sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\sqrt{(y_1+y_2)^2 - 4y_1y_2} = \frac{\sqrt{1+k^2}}{|k|}\sqrt{\frac{16}{k^2}+16} = \frac{4(1+k^2)}{k^2}$$

把上式的 k 换成 $-\frac{1}{k}$ 得 $|BD| = \frac{4(1+\frac{1}{k^2})}{\frac{1}{k^2}} = 4(1+k^2)$

四边形 ABCD 的面积的 $S = \frac{1}{2}|AC||BD| = \frac{8(1+k^2)^2}{k^2} = 8(\frac{1}{k^2} + k^2 + 2) \geq 8(2\sqrt{1} + 2) = 32$

当且仅当 $\frac{1}{k^2} = k^2$，即 $k = \pm 1$ 时取等号，求四边形 ABCD 的面积的最小值是 32。

抛物线练习(廖老师出题)

1、D　2、B　3、C　　4、D　　5、C　6、B　　7、A

8、 $y^2=-8x$ 或 $x^2=-y$　 9． $y^2=16x$　　10、 $y=6x-17$

11、最大值是 $\sqrt{5}$ ，最小值是 $\sqrt{5}-2\sqrt{2}$　 12、$(\frac{1}{4},-1)$

13、解：设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$， $OA\perp OB$， $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=0$， $x_1=\frac{y_1^{\ 2}}{6},x_2=\frac{y_2^{\ 2}}{6}$， 于是 $\frac{y_1^{\ 2}y_2^{\ 2}}{36}+y_1y_2=0$， $y_1y_2=-36$

由 $\begin{cases}y=-2x+m\\y^2=6x\end{cases}$ 消去 x 得 $y^2+3y-3m=0$， 得 $y_1y_2=-3m=-36,m=12$

14、解 1：$|BC|:|AD|=1:3$ 于是 $\overrightarrow{DA}=3\overrightarrow{CB}$

易知直线 l 的斜率存在，设 l： $y=k(x-3)$， $A(x_1,y_1)$， $B(x_2,y_2)$

准线 $x=-1$，于是 $C(-1,-4k)$

$\overrightarrow{DA}=(x_1-3,y_1),\overrightarrow{CB}=(x_2+1,y_2+4k)$， $x_1-3=3(x_2+1),x_1=3x_2+6\cdots(1)$

联立 $\begin{cases}y=k(x-3)\\y^2=4x\end{cases}$ 消 y 得 $k^2x^2-(6k^2+4)x+9k^2=0$

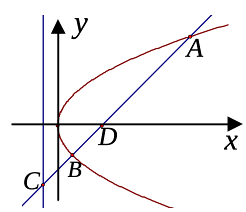
于是 $x_1+x_2=\frac{6k^2+4}{k^2}\cdots(2)$　　　$x_1x_2=9\cdots(3)$

由(1)(2)得 $x_2=\frac{1}{k^2},x_1=\frac{3}{k^2}+6$ 代入(3)得　　$\frac{1}{k^2}(\frac{3}{k^2}+6)=9,k=\pm1$

由(1)(3),得 $x_1>x_2$ 得 $x_1=9,x_2=1$ 代入(2)得 $\frac{6k^2+4}{k^2}=10,\ k=\pm1$

直线 l 的方程为 $x-y-3=0$ 或 $x+y-3=0$

解 2：$|BC|:|AD|=1:3$ 于是 $\overrightarrow{DA}=3\overrightarrow{CB}$



设 l： $x=ty+3$， $A(x_1,y_1)$， $B(x_2,y_2)$

准线 $x=-1$，于是 $C(-1,-\frac{4}{t})$

$\overrightarrow{DA}=(x_1-3,y_1),\overrightarrow{CB}=(x_2+1,y_2+\frac{4}{t})$，$y_1=3y_2+\frac{12}{t}\cdots(1)$

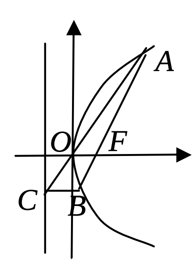
联立 $\begin{cases}x=ty+3\\y^2=4x\end{cases}$ 消 x 得 $y^2-4ty-12=0$

于是 $y_1+y_2=4t\cdots(2)$　　　$y_1y_2=-12\cdots(3)$

由(1)(2)得 $y_2=t-\frac{3}{t},y_1=3t+\frac{3}{t}$ 代入(3) $(t-\frac{3}{t})(t+\frac{1}{t})=-4,t=\pm1$

15、证明：设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则直线 AO 的方程：$y=\frac{y_1}{x_1}x$，当 $x=-\frac{p}{2}$ 时得 $y=-\frac{py_1}{2x_1}$

于是 $C(-\frac{p}{2},-\frac{py_1}{2x_1})$



要证明 BC∥x 轴，只要证 $-\dfrac{py_1}{2x_1}=y_2$

因为 $x_1=\dfrac{y_1^{\ 2}}{2p}$，故只要证 $-\dfrac{py_1}{\dfrac{y_1^{\ 2}}{p}}=y_2$，即证 $y_1y_2=-p^2$ (*)

设直线 AB: $x=ty+\dfrac{p}{2}$ 代入 $y^2=2px$ 得 $y^2-2pty-p^2=0$

故 $y_1y_2=-p^2$ 于是(*)式成立，因此 BC∥x 轴

16、解：F(1,0),设直线 AC 与 BD 的方程分别为 $y=k(x-1),\ y=-\dfrac{1}{k}(x-1),$

$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),C(x_3,y_3),D(x_4,y_4),$

$\begin{cases} y=k(x-1) \\ y^2=4x \end{cases}$ 消去 x 得,$ky^2-4y-k4=0$

于是 $y_1+y_2=\dfrac{4}{k}$, $y_1y_2=-4$，

$|AC|=\sqrt{1+\dfrac{1}{k^2}}\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\dfrac{\sqrt{1+k^2}}{|k|}\sqrt{\dfrac{16}{k^2}+16}=\dfrac{4(1+k^2)}{k^2}$

把上式的 k 换成 $-\dfrac{1}{k}$ 得 $|BD|=\dfrac{4(1+\dfrac{1}{k^2})}{\dfrac{1}{k^2}}=4(1+k^2)$

四边形 ABCD 的面积的 $S=\dfrac{1}{2}|AC||BD|=\dfrac{8(1+k^2)^2}{k^2}=8(\dfrac{1}{k^2}+k^2+2)\ge 8(2\sqrt{1}+2)=32$

当且仅当 $\dfrac{1}{k^2}=k^2$，即 $k=\pm 1$ 时取等号，求四边形 ABCD 的面积的最小值是 32。