椭圆双曲线练习(廖老师出题)

1、双曲线 C ：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的焦距为 10 ，点 P（2,1）在 C 的渐近线上，则C 的方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$　　B. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$　　C. $\frac{x^2}{80}-\frac{y^2}{20}=1$　　D. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{80}=1$

2、设 F_1、F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点,过椭圆中心任作一条直线与椭圆交于 P 、Q 两点，当四边形 PF_1QF_2 面积最大时，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$ 的值等于(　　)

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）4

3、已知双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$，则过 A(3，1)且与双曲线有唯一交点的直线有（　）

A、1 条　B、2 条　C、3 条　D、4 条

4、设 F_1,F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ 的两个焦点，P 在双曲线上，当 ΔF_1PF_2 的面积为 2 时，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$ 的值为(　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 6

5、设双曲线的一个焦点为 F ，虚轴的一个端点为 B ,如果直线 FB 与该双曲线的一条渐近线垂直，那么此双曲线的离心率为(　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

6、若椭圆与双曲线有相同的焦点 F_1、F_2，P 是两曲线的一个交点，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$,椭圆与双曲线的离心率分别为为 e_1 与 e_2,则 $\frac{1}{e_1^2}+\frac{1}{e_2^2}$ 的值是（　　）A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

7、若椭圆 $8x^2+y^2=8m$ 的一个焦点是(0,2)，则 m=_____

8、若直线 $y=kx+1$ 与椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{m}=1$ **总相交,则 m 的范围是**_____

9、已知椭圆 $\frac{x^2}{a+8}+\frac{y^2}{9}=1$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$，则 $a=$_____

10、已知点 P 在椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 上，F_1 和 F_2 是椭圆的焦点，若 $\angle F_1PF_2$ 为钝角，求 P 点的横坐标的范围_____

11、焦点在 x 轴上的双曲线过点 $P(4\sqrt{2},-3)$,且点 $Q(0,5)$ 与两焦点的连线互相垂直，求此双曲线的标准方程。

12、直线 l:$ax-y-1=0$ 与曲线 C：$x^2-2y^2=1$ 交于 P、Q 两点，

(1)当实数 a 为何值时，$|PQ|=2\sqrt{1+a^2}$？

(2)是否存在 a 的值，使得以 PQ 为直径的圆经过原点？若存在，求出 a 的值；若不存在，说明理由.

13、双曲线 C 的渐近线是 $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$，且过 $(3,\sqrt{2})$ 点.

（1）求双曲线 C 的方程；(2)若直线 l：$y=kx+\sqrt{2}$ 与双曲线 C 有两个不同的交点 A 和 B，且 $\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}>2$，求 k 的范围。

椭圆双曲线练习(廖老师出题)

1、双曲线 C ：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的焦距为 10 ，点 P（2,1）在 C 的渐近线上，则C 的方程为（ A ）

A. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$　　B. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$　　C. $\frac{x^2}{80}-\frac{y^2}{20}=1$　　D. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{80}=1$

2、设 F_1、F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点,过椭圆中心任作一条直线与椭圆交于 P 、Q 两点，当四边形 PF_1QF_2 面积最大时，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$ 的值等于(　C　)

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）4

3、已知双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$，则过 A(3，1)且与双曲线有唯一交点的直线有（ D ）

A、1 条　B、2 条　C、3 条　D、4 条

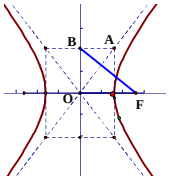
4、设 F_1,F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ 的两个焦点，P 在双曲线上，当 ΔF_1PF_2 的面积为 2 时，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$ 的值为(　B　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 6

解：$c=2,F_1(-2,0),F_2(2,0)$，$S_{DF_1PF_2}=\frac{1}{2}\times 2c\times y=2y=2,y=1,x=\sqrt{6}$

$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=(\sqrt{6}-2,1)\cdot(\sqrt{6}+2,1)=6-4+1=3$

5、设双曲线的一个焦点为 F ，虚轴的一个端点为 B ,如果直线 FB 与该双曲线的一条渐近线垂直，那么此双曲线的离心率为(D)



A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

解：$k_{BF}\cdot k_{OA}=-1,-\frac{b}{c}\cdot\frac{b}{a}=-1,b^2=ac,c^2-a^2=ac,e^2-e-1=0,\mathrm{e}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

6、若椭圆与双曲线有相同的焦点 F_1、F_2，P 是两曲线的一个交点，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$,椭圆与双曲线的离心率分别为为 e_1 与 e_2,则 $\frac{1}{e_1^2}+\frac{1}{e_2^2}$ 的值是（ B ）A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

解：设 $|PF_1|=r_1,|PF_2|=r_2$，则 $r_1+r_2=2a_1(1),r_1-r_2=2a_2(2),r_1^2+r_2^2=4c^2(3)$

$(1)^2+(2)^2$ 得 $2r_1^2+2r_2^2=4a_1^2+4a_2^2,4c^2=2a_1^2+2a_2^2,2=\frac{1}{e_1^2}+\frac{1}{e_2^2}$

7、若椭圆 $8x^2+y^2=8m$ 的一个焦点是(0,2)，则 m=_____

解：$\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{8m}=1,8m-m=4,m=\frac{4}{7}$

8、若直线 $y=kx+1$ 与椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{m}=1$ 总有公共点,则 m 的范围是_$m\geq 1$ 且 $m\neq 4$__

9、已知椭圆 $\frac{x^2}{a+8}+\frac{y^2}{9}=1$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$，则 $a=$ 4 或 $-\frac{5}{4}$

解：当 $a+8>9$, 则 $\frac{a-1}{a+8}=\frac{1}{4}, a=4$， 当 $a+8<9$, 则 $\frac{1-a}{9}=\frac{1}{4}, a=-\frac{5}{4}$

10、已知点 P 在椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 上，F_1 和 F_2 是椭圆的焦点，若 $\angle F_1PF_2$ 为钝角，求 P 点的横坐标的范围

解：

若 $\angle F_1PF_2>90°$， $\cos\angle F_1PF_2<0$

$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}<0, \frac{3x^2}{4}-2<0, -\frac{2\sqrt{6}}{3}<x<\frac{2\sqrt{6}}{3}$

11、焦点在 x 轴上的双曲线过点 $P(4\sqrt{2},-3)$，且点 $Q(0,5)$ 与两焦点的连线互相垂直，求此双曲线的标准方程。

解：设所求方程 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$

则 $\begin{cases}\frac{32}{a^2}-\frac{9}{b^2}=1\\ \frac{5}{c}\times\frac{5}{-c}=-1\\ a^2+b^2=c^2\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a^2=16\\ b=9\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a^2=50\\ b=-25\end{cases}$（舍去）所求 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$

计算过程 $\frac{32}{a^2}-\frac{9}{25-a^2}=1$，设 $t=a^2$

于是 $\frac{32}{t}-\frac{9}{25-t}=1, 32(25-t)-9t=t(25-t)$

$32\times25-32t-9t=25t-t^2$

$t^2-66t+32\times25=0$

$(t-16)(t-50)=0$

$t=16$ 或 $t=50$

12、直线 l:$ax-y-1=0$ 与曲线 C：$x^2-2y^2=1$ 交于 P、Q 两点，

(1)当实数 a 为何值时，$|PQ|=2\sqrt{1+a^2}$？

(2)是否存在 a 的值，使得以 PQ 为直径的圆经过原点？若存在，求出 a 的值；若不存在，说明理由.

解：(1)设 $P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$, $\begin{cases}ax-y-1=0\\ x^2-2y^2=1\end{cases}$, ∴ $(1-2a^2)x^2+4ax-3=0$.

若 $1-2a^2=0$, 即 $a=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，l 与 C 的渐近线平行，l 与 C 只有一个交点，与题意不合，

∴ $1-2a^2\neq0$, $\Delta=(4a)^2-4(1-2a^2)(-3)>0$, ∴ $-\frac{\sqrt{6}}{2}<a<\frac{\sqrt{6}}{2}$.

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{4a}{1-2a^2}, \\ x_1\cdot x_2=-\dfrac{3}{1-2a^2} \end{cases} \quad (*)$$

∴｜PQ｜$=\sqrt{1+a^2}$ ｜x_1-x_2｜$=2\sqrt{1+a^2}$.∴$(x_1-x_2)^2=4$,∴$(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4$.

∴$(-\dfrac{4a}{1-2a^2})^2-4\dfrac{(-3)}{1-2a^2}=4$.∴$a=\pm1\in(-\dfrac{\sqrt{6}}{2},\dfrac{\sqrt{6}}{2})$.

∴所求的实数 a 的值为 $a=\pm1$.

(2)假设存在实数 a,使得以 PQ 为直径的圆经过原点 O，则由 $OP\perp OQ$，得 $y_1\cdot y_2+x_1\cdot x_2=0$

∴$(ax_1-1)\cdot(ax_2-1)=-x_1\cdot x_2$，　∴$(1+a^2)x_1\cdot x_2-a(x_1+x_2)+1=0$.

把(*)式代入得：$a^2=-2$ 与 a 为实数矛盾，

∴不存在实数 a 使得以 PQ 为直径的圆经过原点.

13、双曲线 C 的渐近线是 $y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$,且过$(3,\sqrt{2})$点.

（1）求双曲线 C 的方程；(2)若直线 l：$y=kx+\sqrt{2}$ 与双曲线 C 有两个不同的交点 A 和 B，且 $\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}>2$，求 k 的范围。

解：设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

(2) 联立方程组 $\begin{cases} y=kx+\sqrt{2} \\ \dfrac{x^2}{3}-y^2=1 \end{cases}$ 消 y 得：$(1-3k^2)x^2-6\sqrt{2}kx-9=0$,于是

$1-3k^2\neq0$ Þ $k^2\neq\dfrac{1}{3}$①

$(6\sqrt{2}k)^2+36(1-3k^2)>0$ Þ $k^2<1$②

$x_1+x_2=\dfrac{6\sqrt{2}k}{1-3k^2}$,$x_1x_2=\dfrac{-9}{1-3k^2}$

因 $\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}>2$,于是 $x_1x_2+y_1y_2>2$③

$y_1y_2=(kx_1+\sqrt{2})(kx_2+\sqrt{2})=k^2x_1x_2+\sqrt{2}k(x_1+x_2)+2$

$=\dfrac{-9k^2}{1-3k^2}+\dfrac{12k^2}{1-3k^2}+2=\dfrac{3k^2}{1-3k^2}+2$

$\dfrac{-9}{1-3k^2}+\dfrac{3k^2}{1-3k^2}+2>2$,$\dfrac{3k^2-9}{1-3k^2}>0$ 解得 $\dfrac{1}{3}<k^2<3$ ④

由①②④得 $\dfrac{1}{3}<k^2<1$　即 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}<k<1$ 或 $-1<k<-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

12、直线 l:$ax-y-1=0$ 与曲线 C：$x^2-2y^2=1$ 交于 P、Q 两点，

(1)当实数 a 为何值时，$|PQ|=2\sqrt{1+a^2}$ ？

(2)是否存在 a 的值，使得以 PQ 为直径的圆经过原点？若存在，求出 a 的值；若不存在，说明理由.

解：(1)设 $P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$, $\begin{cases} ax-y-1=0 \\ x^2-2y^2=1 \end{cases}$,∴$(1-2a^2)x^2+4ax-3=0$.

因 l 与曲线 C 相交，于是 $\begin{cases}1-2a^2\neq 0\\ D=(4a)^2-4(1-2a^2)(-3)>0\end{cases}$ (*)

$x_1+x_2=-\dfrac{4a}{1-2a^2}$ L ①，$x_1\cdot x_2=-\dfrac{3}{1-2a^2}$ L ②

$\therefore |PQ|=\sqrt{1+a^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+a^2}\sqrt{(-\dfrac{4a}{1-2a^2})^2-4\dfrac{(-3)}{1-2a^2}}=2\sqrt{1+a^2}$

$\therefore a=\pm 1$ 满足 (*) $\therefore$ 所求的实数 a 的值为 $a=\pm 1$.

(2)假设存在实数 a,使得以 PQ 为直径的圆经过原点 O，则由 $OP\perp OQ$，得 $x_1x_2+y_1y_2=0$

$\therefore y_1y_2=(ax_1-1)(ax_2-1)=a^2x_1x_2-a(x_1+x_2)+1=-\dfrac{3a^2}{1-2a^2}+\dfrac{4a^2}{1-2a^2}+1=\dfrac{1-a^2}{1-2a^2}$,

$-\dfrac{3}{1-2a^2}+\dfrac{1-a^2}{1-2a^2}=0$, $a^2=-2$ 与 a 为实数矛盾，

$\therefore$ 不存在实数 a 使得以 PQ 为直径的圆经过原点.

椭圆双曲线练习(廖老师出题)

1、C 2、C 3、D 4、B 5、D 6、B 7、$m=\dfrac{4}{7}$ 8、$m\geq 1$ 且 $m\neq 4$

9、$a=4$ 或 $-\dfrac{5}{4}$ 10、$-\dfrac{2\sqrt{6}}{3}<x<\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

11、解：设所求方程 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$

则 $\begin{cases}\dfrac{32}{a^2}-\dfrac{9}{b^2}=1\\ \dfrac{5}{c}\times\dfrac{5}{-c}=-1\\ a^2+b^2=c^2\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a^2=16\\ b=9\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a^2=50\\ b=-25\end{cases}$ (舍去) 所求 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$

计算过程 $\dfrac{32}{a^2}-\dfrac{9}{25-a^2}=1$，设 $t=a^2$

于是 $\dfrac{32}{t}-\dfrac{9}{25-t}=1, 32(25-t)-9t=t(25-t)$

$32\times 25-32t-9t=25t-t^2, t^2-66t+32\times 25=0$

$(t-16)(t-50)=0, t=16$ 或 $t=50$

12、解：(1)设 $P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$, $\begin{cases}ax-y-1=0\\ x^2-2y^2=1\end{cases}$, $\therefore (1-2a^2)x^2+4ax-3=0$.

若 $1-2a^2=0$,即 $a=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 时，l 与 C 的渐近线平行，l 与 C 只有一个交点，与题意不合，

∴$1-2a^2\neq 0$, $\Delta=(4a)^2-4(1-2a^2)(-3)>0$,

∴$-\frac{\sqrt{6}}{2}<a<\frac{\sqrt{6}}{2}$, $\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{4a}{1-2a^2}, \\ x_1\cdot x_2=-\frac{3}{1-2a^2} \end{cases}$ (*)

∴ $|PQ|=\sqrt{1+a^2}\ |x_1-x_2|=2\sqrt{1+a^2}$.∴$(x_1-x_2)^2=4$,∴$(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4$.

∴$(-\frac{4a}{1-2a^2})^2-4\frac{(-3)}{1-2a^2}=4$. ∴$a=\pm 1\in(-\frac{\sqrt{6}}{2},\frac{\sqrt{6}}{2})$.

∴所求的实数 a 的值为 $a=\pm 1$.

(2)假设存在实数 a,使得以 PQ 为直径的圆经过原点 O，则由 $OP\perp OQ$，得 $y_1\cdot y_2+x_1\cdot x_2=0$

∴$(ax_1-1)\cdot(ax_2-1)=-x_1\cdot x_2$, ∴$(1+a^2)x_1\cdot x_2-a(x_1+x_2)+1=0$.

把(*)式代入得：$a^2=-2$ 与 a 为实数矛盾，

∴不存在实数 a 使得以 PQ 为直径的圆经过原点.

13、解：设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

(3) 联立方程组 $\begin{cases} y=kx+\sqrt{2} \\ \frac{x^2}{3}-y^2=1 \end{cases}$ 消 y 得：$(1-3k^2)x^2-6\sqrt{2}kx-9=0$，于是

$1-3k^2\neq 0\Rightarrow k^2\neq\frac{1}{3}$①

$(6\sqrt{2}k)^2+36(1-3k^2)>0\Rightarrow k^2<1$②

$x_1+x_2=\frac{6\sqrt{2}k}{1-3k^2}, x_1x_2=\frac{-9}{1-3k^2}$

因 $\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}>2$，于是 $x_1x_2+y_1y_2>2$③

$y_1y_2=(kx_1+\sqrt{2})(kx_2+\sqrt{2})=k^2x_1x_2+\sqrt{2}k(x_1+x_2)+2$

$=\frac{-9k^2}{1-3k^2}+\frac{12k^2}{1-3k^2}+2=\frac{3k^2}{1-3k^2}+2$

$\frac{-9}{1-3k^2}+\frac{3k^2}{1-3k^2}+2>2, \frac{3k^2-9}{1-3k^2}>0$ 解得 $\frac{1}{3}<k^2<3$ ④

由①②④得 $\frac{1}{3}<k^2<1$ 即 $\frac{\sqrt{3}}{3}<k<1$ 或 $-1<k<\frac{\sqrt{3}}{3}$