第六节　空间线与面的方程

1、直线的方程

引例、质点 M(x,y,z)从 A(1，2，1)点出发作直线运动，1 秒后运动到 B(3,5，5),写出直线关于时间的参数方程

解：t 秒时刻运动到 $P(x,y,z)$，于是 $\overrightarrow{AP}=t\overrightarrow{AB},(x-1,y-2,z-1)=t(2,3,4)$，

$\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=1+4t \end{cases}$，消去 t 得 $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{4}$

设 $\vec{r}=\overrightarrow{OP}$,则此直线方程的向量形式是

$\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}=t\overrightarrow{AB},\vec{r}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{AB}=(1+2t,2+3t,1+4t)$

2、平面的方程

(1)方程 $2x+3y+z=0$ 表达了向量 $\vec{a}=(2,3,1)$，$\overrightarrow{OP}=(x,y,z)$ 的点乘为 0,说明了点 P 在过原点与向量 $\vec{a}$ 垂直的平面上，于是方程表示一个过原点的平面，$\vec{a}$ 是平面的法向量

(2)过 $A(x_0,y_0,z_0)$ 以 $\vec{a}=(2,3,1)$ 为法向量的平面的方程是 $2(x-x_0)+3(y-y_0)+(z-z_0)=0$

设 $\vec{r}=\overrightarrow{OP}$,则此平面方程的向量形式是 $(\vec{r}-\overrightarrow{OA})\cdot\vec{a}=0$

3、其它

球面：$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-y_0)^2=a^2$

椭圆面：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$

抛物面：$z=x^2+y^2$　等等

4、曲线的参数方程 $\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \\ z=z(t) \end{cases}$

5、曲面的方程 $f(x,y,z)=0$