简易逻辑练习二(廖老师出题)

1、“$m<\frac{1}{4}$”是“一元二次方程$x^2+x+m=0$”有实数解的

A. 充分非必要条件　B.充分必要条件 C. 必要非充分条件　D.非充分非必要条件

2、“$x=2kp+\frac{p}{4}(k\in Z)$”是“$\tan x=1$”成立的　　　　（　）

A. 必要不充分条件 B.充分不必要条件　　C. 充分必要条件 D.不充分不必要条件

3、“$a+c>b+d$”是“$a>b$且$c>d$”的

A. 必要不充分条件 B.充分不必要条件　C. 充分必要条件　D.不充分不必要条件

4、已知a、b为实数，则$2^a>2^b$是$\log_2 a>\log_2 b$的（　　）

A. 必要不充分条件　B.充分不必要条件 C. 充分必要条件　D.不充分不必要条件

5.已知 a，b 是实数，则“a>0 且 b>0”是“a＋b>0 且 ab>0”的　　(　　)

A.充分而不必要条件　B.必要而不充分条件 C.充分必要条件 D.既不充分也不必要条件

6、命题：“若$x^2<1$，则$-1<x<1$”的逆否命题是　　　　　　(　　　)

A.若$x^2\geq 1$，则$x\geq 1$，或$x\leq -1$　　　　B.若$-1<x<1$，则$x^2<1$

C.若$x>1$，或$x<-1$，则$x^2>1$　　　　D.若$x\geq 1$，或$x\leq -1$，则$x^2\geq 1$

7、命题“若△ABC 不是等腰三角形,则它的任何两个内角不相等”的逆否命题是(　　)

A.若△ABC 是等腰三角形,则它的任何两个内角相等

B.若△ABC 任何两个内角不相等,则它不是等腰三角形

C.若△ABC 有两个内角相等,则它是等腰三角形

D.若△ABC 任何两个角相等,则它是等腰三角形

8 下列说法错误的是　　(　　)

A.命题：“已知 $f(x)$是 R 上的增函数，若 a＋b⩾0，则 $f(a)$＋$f(b)$⩾$f(-a)$＋$f(-b)$”的逆否命题为真命题

B.“x＞1”是“$|x|$＞1”的充分不必要条件

C.若 p 且 q 为假命题，则 p、q 均为假命题

D.命题 p：“∃x∈R，使得 x^2＋x＋1＜0”，则　$\neg p$：“∀x∈R，均有 x^2＋x＋1⩾0”

9.“a＝1”是“函数 $f(x)$＝$|x-a|$在区间[1，＋∞)上为增函数”的(　A　)

A.充分不必要条件　B.必要不充分条件　　C.充要条件　D.既不充分也不必要条件

10、已知 a>0，则 x_0满足关于 x 的方程 ax=b 的充要条件是

(A) $\exists x\in R,\frac{1}{2}ax^2-bx\geq\frac{1}{2}ax_0^2-bx_0$　(B) $\exists x\in R,\frac{1}{2}ax^2-bx\leq\frac{1}{2}ax_0^2-bx_0$

(C) $\forall x\in R,\frac{1}{2}ax^2-bx\geq\frac{1}{2}ax_0^2-bx_0$　(D) $\forall x\in R,\frac{1}{2}ax^2-bx\leq\frac{1}{2}ax_0^2-bx_0$　　答案 C

11、令 $p(x)$：ax^2＋2x＋1＞0，若对∀x∈R，$p(x)$是真命题，则实数 a 的取值范围是______.

12.已知 m、n 是不同的直线，α、β是不重合的平面：命题 p：若α∥β，m∈α，n∈β，则 m∥n；命题 q：若 m⊥α，n⊥β，m∥n，则α∥β；下面的命题中，①p 或 q；　②p 且$\neg q$；　③p 或$\neg q$；　④　p 且 q.

真命题的序号是______(写出所有真命题的序号).

13、下列 4 个命题：①命题“若 Q 则 P”与命题“若非 P 则非 Q”互为逆否命题；②“$am^2<bm^2$”是“a<b”的必要不充分条件；③“矩形的两条对角线相等”的否命题为假；④命题“$\varnothing\not\subset\{1,2\}$或 $4\notin\{1,2\}$”为真命题。其中真命题的序号是　是：_______

14.下列结论：

①若命题 p：∃x∈R，tan$x$＝1；命题 q：∀x∈R，x^2－x＋1＞0.则命题“p∧　q”是假命题；

②已知直线 l_1：ax＋3y－1＝0，l_2：x＋by＋1＝0，则 $l_1\perp l_2$的充要条件是$\frac{a}{b}$＝－3；

③命题“若 x^2－3x＋2＝0，则 x＝1”的逆否命题为：“若 x≠1，则 x^2－3x＋2≠0”.其中正确结论的序号为______

15、以下四个命题中，正确命题的序号是______________

①△ABC 中，A>B 的充要条件是 $\sin A > \sin B$；

②函数 $y = f(x)$ 在区间（1，2）上存在零点的充要条件是 $f(1)\cdot f(2) < 0$；

③等比数列$\{a_n\}$中，$a_1 = 1, a_5 = 16$，则$a_3 = \pm 4$；

④把函数 $y = \sin(2-2x)$ 的图象向右平移 2 个单位后，得到的图象对应的解析式为 $y = \sin(4-2x)$

16、给定两个命题：

p：对任意实数 x 都有 $ax^2 + ax + 1 > 0$ 恒成立；

q：关于 x 的方程 $x^2 - x + a = 0$ 有实数根；

如果 p 与 q 中有且仅有一个为真命题，求实数 a 的取值范围.

17、已知命题 p：关于 x 的方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不等的负实根；命题 q：关于 x 的方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实根，已知命题 p 和 q 中，一个为真命题，一个为假命题，求 m 的取值范围.

18、命题 p：实数 x 满足 $x^2-4ax+3a^2<0$，其中 $a<0$，命题 q：实数 x 满足 $x^2-x-6\leqslant 0$ 或 $x^2+2x-8>0$，且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件，求 a 的取值范围.

19、已知二次函数 $f(x) = ax^2 + x$.对于 $\forall x \in [0,1], |f(x)| \le 1$ 成立,试求实数 a 的取值范围.

20、已知 $m\in \mathrm{R}$，对 p：x_1 和 x_2 是方程 $x^2-ax-2=0$ 的两个根，不等式 $|m-5|\leqslant|x_1-x_2|$ 对任意实数 $a\in[1,2]$ 恒成立；q：函数 $f(x)=3x^2+2mx+m+\dfrac{4}{3}$ 有两个不同的零点.求使“p 且 q”为真命题的实数 m 的取值范围.

简易逻辑练习二(廖老师出题)

1、“$m<\frac{1}{4}$”是“一元二次方程$x^2+x+m=0$”有实数解的（）答案A.

A. 充分非必要条件　　　　　　　　B.充分必要条件

C. 必要非充分条件　　　　　　　　D.非充分必要条件

解析：由$x^2+x+m=0$知，$(x+\frac{1}{2})^2=\frac{1-4m}{4}\geq 0 \Leftrightarrow m\leq\frac{1}{4}$.

2、“$x=2kp+\frac{p}{4}(k\in Z)$”是“$\tan x=1$”成立的　　　　（ B ）

（A）必要不充分条件.　　　　　（B）充分不必要条件.

（C）充要条件.　　　　　　　　（D）既不充分也不必要条件.

解析：$\tan(2kp+\frac{p}{4})=\tan\frac{p}{4}=1$，所以充分；但反之不成立，如$\tan\frac{5p}{4}=1$

3、“$a+c>b+d$”是“$a>b$且$c>d$”的 （）答案　A

A. 必要不充分条件　　　　B.充分不必要条件

C. 充分必要条件　　　　　D. 既不充分也不必要条件

解析　　易得$a>b$且$c>d$时必有$a+c>b+d$.若$a+c>b+d$时，则可能有$a>d$且$c>b$，

4、已知a、b为实数，则$2^a>2^b$是$\log_2 a>\log_2 b$的（　　）**答案** A

（A）必要非充分条件　（B）充分非必要条件　（C）充要条件　（D）既不充分也不必要条件

5.已知a，b是实数，则“a>0 且b>0”是“a＋b>0 且ab>0”的　　(　　) 答案：C

A.充分而不必要条件　B.必要而不充分条件　C.充分必要条件　D.既不充分也不必要条件

6、命题：“若$x^2<1$，则$-1<x<1$”的逆否命题是　（　　　）**答案**　D

A.若$x^2\geq 1$，则$x\geq 1$，或$x\leq -1$　　　　B.若$-1<x<1$，则$x^2<1$

C.若$x>1$，或$x<-1$，则$x^2>1$　　　　D.若$x\geq 1$，或$x\leq -1$，则$x^2\geq 1$

7、命题 “若△ABC 不是等腰三角形,则它的任何两个内角不相等”的逆否命题是(　　) 答 C

A.若△ABC 是等腰三角形,则它的任何两个内角相等

B.若△ABC 任何两个内角不相等,则它不是等腰三角形

C.若△ABC 有两个内角相等,则它是等腰三角形

D.若△ABC 任何两个角相等,则它是等腰三角形

8 下列说法错误的是　(　　)

A.命题：“已知$f(x)$是 R 上的增函数，若a＋b≥0，则$f(a)$＋$f(b)$≥$f(-a)$＋$f(-b)$”的逆否命题为真命题

B.“x＞1”是“$|x|$＞1”的充分不必要条件　　C.若p且q为假命题，则p、q均为假命题

D.命题 p：“$\exists x\in$R，使得 $x^2+x+1<0$”，则　p：“$\forall x\in R$，均有 $x^2+x+1\geqslant 0$”

解析：A 中∵$a+b\geqslant 0$，∴$a\geqslant -b$.

又函数 $f(x)$是 R 上的增函数，∴$f(a)\geqslant f(-b)$，①　同理可得，$f(b)\geqslant f(-a)$，②

由①＋②，得 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$，即原命题为真命题.

又原命题与其逆否命题是等价命题，∴逆否命题为真.

若 p 且 q 为假命题，则 p、q 中至少有一个是假命题，所以 C 错误.　　答案：C

9.“$a=1$”是“函数 $f(x)=|x-a|$在区间[1，＋∞)上为增函数”的(　　)　答案：A

A.充分不必要条件　B.必要不充分条件　C.充要条件　D.既不充分也不必要条件

解析：当 $a=1$ 时，函数 $f(x)=|x-1|$在区间[1，＋∞)上为增函数，而当函数 $f(x)=|x-a|$在区间[1，＋∞)上为增函数时，只要 $a\leqslant 1$ 即可.

10、已知 a>0，则 x_0满足关于 x 的方程 ax=b 的充要条件是 (　　) 答案 C

(A)　$\exists x\in R,\frac{1}{2}ax^2-bx\geq\frac{1}{2}a{x_0}^2-bx_0$　　(B)　$\exists x\in R,\frac{1}{2}ax^2-bx\leq\frac{1}{2}a{x_0}^2-bx_0$

(C)　$\forall x\in R,\frac{1}{2}ax^2-bx\geq\frac{1}{2}a{x_0}^2-bx_0$　　(D)　$\forall x\in R,\frac{1}{2}ax^2-bx\leq\frac{1}{2}a{x_0}^2-bx_0$

解析：已知 a>0，则 x_0满足关于 x 的方程 ax=b，于是 $x_0=-\frac{b}{a}$

(C)　$\forall x\in R,\frac{1}{2}ax^2-bx\geq\frac{1}{2}a{x_0}^2-bx_0$,设$f(x)=\frac{1}{2}ax^2-bx$,于是$f(x)\geq f(x_0)$

于是 $f(x)_{\min}=f(x_0),x_0=-\frac{b}{a}$

11、令 $p(x)$：$ax^2+2x+1>0$，若对$\forall x\in$R，$p(x)$是真命题，则实数 a 的取值范围是______.

解析：对$\forall x\in$R，$p(x)$是真命题，就是不等式 $ax^2+2x+1>0$ 对一切 $x\in$R 恒成立.

(1)若 $a=0$，不等式化为 $2x+1>0$，不能恒成立；

(2)若 $\begin{cases}a>0\\ \triangle=4-4a<0\end{cases}$ 解得 $a>1$；(3)若 $a<0$，不等式显然不能恒成立.

综上所述，实数 a 的取值范围是 $a>1$.　答案：$a>1$

12.已知 m、n 是不同的直线，α、β是不重合的平面：命题 p：若α∥β，m∈α，n∈β，则 m∥n；命题 q：若 m⊥α，n⊥β，m∥n，则α∥β；下面的命题中，①p 或 q;　　②p 且$\neg q$；　③p 或$\neg q$；　④　p 且 q.

真命题的序号是____①__(写出所有真命题的序号).

13、下列 4 个命题：①命题“若 Q 则 P”与命题“若非 P 则非 Q”互为逆否命题；②“$am^2<bm^2$”是“a<b”的必要不充分条件；③“矩形的两条对角线相等”的否命题为假；④命题“$\varnothing\not\subset\{1,2\}$或 $4\notin\{1,2\}$”为真命题。其中真命题的序号是　是：_______

答案 ①③④

14.下列结论：

①若命题 p：$\exists x\in$R，$\tan x=1$；命题 q：$\forall x\in$R，$x^2-x+1>0$.则命题“$p\wedge$　q”是假命题；

②已知直线 l_1：$ax+3y-1=0$，l_2：$x+by+1=0$，则 $l_1\perp l_2$ 的充要条件是$\frac{a}{b}=-3$；

③命题“若 $x^2-3x+2=0$，则 $x=1$”的逆否命题为：“若 $x\neq 1$，则 $x^2-3x+2\neq 0$”.其中正确结论的序号为____③__

15、以下四个命题中，正确命题的序号是______________

①△ABC 中，A>B 的充要条件是$\sin A>\sin B$；

②函数$y=f(x)$在区间（1，2）上存在零点的充要条件是$f(1)\cdot f(2)<0$；

③等比数列{a_n}中，$a_1=1, a_5=16$，则$a_3=\pm4$；

④把函数$y=\sin(2-2x)$的图象向右平移 2 个单位后，得到的图象对应的解析式为 $y=\sin(4-2x)$

答案 ①

16、给定两个命题：

p：对任意实数x都有$ax^2+ax+1>0$恒成立；

q：关于x的方程$x^2-x+a=0$有实数根；

如果p与q中有且仅有一个为真命题，求实数a的取值范围**.**

解：对任意实数x都有$ax^2+ax+1>0$恒成立

$\Leftrightarrow a=0$或$\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}\Leftrightarrow 0\le a<4$；

关于x的方程$x^2-x+a=0$有实数根$\Leftrightarrow 1-4a\ge 0\Leftrightarrow a\le\frac{1}{4}$；如果$p$正确，且$q$不正确，有

$0\le a<4$,且$a>\frac{1}{4}\therefore\frac{1}{4}<a<4$；

如果q正确，且p不正确，有$a<0$或$a\ge 4$,且$a\le\frac{1}{4}\therefore a<0$.

所以实数a的取值范围为$(-\infty,0)\cup\left(\frac{1}{4},4\right)$

17、已知命题p：关于x的方程$x^2+mx+1=0$有两个不等的负实根；命题q：关于x的方程$4x^2+4(m-2)x+1=0$无实根，已知命题p和q中，一个为真命题，一个为假命题，求m的取值范围.

解： p: $\begin{cases}\Delta=m^2-4>0\\ m>0\end{cases}$ 解得$m>2$. q: $\Delta=16(m-2)^2-16=16(m^2-4m+3)<0$

解得$1<m<3$.∵p，q中一真一假. ∴有两种可能，即p真q假或者p假q真，

即$\begin{cases}m>2\\ m\leqslant 1或m\geqslant 3\end{cases}$ 或$\begin{cases}m\leqslant 2\\ 1<m<3\end{cases}$，解得：$m\geqslant 3$或$1<m\leqslant 2$.

18、命题p：实数x满足$x^2-4ax+3a^2<0$，其中$a<0$，命题q：实数x满足$x^2-x-6\leqslant 0$或$x^2+2x-8>0$，且$\neg p$是$\neg q$的必要不充分条件，求a的取值范围.

解：设$A=\{x|x^2-4ax+3a^2<0(a<0)\}=\{x|3a<x<a\}$，

$B=\{x|x^2-x-6\leqslant 0$或$x^2+2x-8<0\}=\{x|x^2-x-6<0\}\cup\{x|x^2+2x-8>0\}$

$=\{x|-2\leqslant x\leqslant 3\}\cup\{x|x<-4$或$x>2\}=\{x|x<-4$或$x\geqslant -2\}$.

因为$\neg p$是$\neg q$的必要不充分条件，所以$\neg q\Rightarrow\neg p$ 且$\neg p\not\Rightarrow\neg q$

于是 $p \Rightarrow q$ 且 $q \not\Rightarrow p$， 故 $A \subsetneqq B$ $\begin{cases} 3a \geqslant -2 \\ a < 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a \leqslant -4 \\ a < 0 \end{cases}$ 即 $-\dfrac{2}{3} \leqslant a < 0$ 或 $a \leqslant -4$.

19、已知二次函数 $f(x)=ax^2+x$.对于 $\forall x \in [0,1], |f(x)| \le 1$ 成立,试求实数 a 的取值范围.

解:$|f(x)| \le 1 \Leftrightarrow -1 \le f(x) \le 1 \Leftrightarrow -1 \le ax^2+x \le 1, x \in [0,1]$ ……①

当 $x=0$ 时,$a \neq 0$,①式显然成立;

当 $x \in (0,1]$时,①式化为 $-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x} \le a \le \dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x}$ 在 $x \in (0,1]$ 上恒成立.

设 $t=\dfrac{1}{x}$,则 $t \in [1,+\infty)$,则有 $-t^2-t \le a \le t^2-t$,所以只须

$$\begin{cases} a \ge (-t^2-t)_{\max} = -2 \\ a \le (t^2-t)_{\min} = 0 \end{cases} \Rightarrow -2 \le a \le 0, \text{又 } a \neq 0, \text{故} -2 \le a < 0,$$

综上,所求实数 a 的取值范围是$[-2,0)$.

20、已知 $m \in \mathrm{R}$，对 p：x_1 和 x_2 是方程 $x^2-ax-2=0$ 的两个根，不等 式$|m-5| \leqslant |x_1-x_2|$对任意实数 $a \in [1,2]$恒成立；q：函数 $f(x)=3x^2+2mx+m+\dfrac{4}{3}$有两个不同的零点.求使“$p$ 且 q”为真命题的实数 m 的取值范围.

20、解：由题设知 $x_1+x_2=a$，$x_1x_2=-2$，

$\therefore |x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{a^2+8}$.

$a \in [1,2]$时，$\sqrt{a^2+8}$的最小值为 3，要使$|m-5| \leqslant |x_1-x_2|$对任意实数 $a \in [1,2]$恒成立，只需$|m-5| \leqslant 3$，即 $2 \leqslant m \leqslant 8$.

由已知，得 $f(x)=3x^2+2mx+m+\dfrac{4}{3}=0$ 的判别式

$\Delta=4m^2-12(m+\dfrac{4}{3})=4m^2-12m-16>0$，

得 $m<-1$ 或 $m>4$.

，综上，要使“p 且 q”为真命题，只需 p 真 q 真，

即 $\begin{cases} 2 \leqslant m \leqslant 8 \\ m < -1 \text{或} m > 4 \end{cases}$ 解得实数 m 的取值范围是$(4,8]$.

简易逻辑练习二(廖老师出题)

1、A. 2、A 3、A。4、B 5. C 6、D 7、C 8.C 9. A 10、C

11、$a>1$ 12.①④13、①③④ 14.①③ 15、①

16、解：对任意实数 x 都有 $ax^2+ax+1>0$ 恒成立 $\Leftrightarrow a=0$ 或 $\begin{cases} a>0 \\ \Delta<0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le a < 4$；

关于 x 的方程 $x^2-x+a=0$ 有实数根 $\Leftrightarrow 1-4a \ge 0 \Leftrightarrow a \le \dfrac{1}{4}$；

如果 p 正确，且 q 不正确，有 $0 \le a < 4$, 且 $a > \dfrac{1}{4}$ $\therefore \dfrac{1}{4} < a < 4$；

如果 q 正确，且 p 不正确，有 $a<0$或$a\geq 4$,且$a\leq\frac{1}{4}\therefore a<0$.

故实数 a 的取值范围为 $(-\infty,0)\cup\left(\frac{1}{4},4\right)$

17、解：p: $\begin{cases}\Delta=m^2-4>0\\ m>0\end{cases}$ 解得 $m>2$. q: $\Delta=16(m-2)^2-16=16(m^2-4m+3)<0$

解得 $1<m<3$.∵p，q 中一真一假. ∴有两种可能，即 p 真 q 假或者 p 假 q 真，

即$\begin{cases}m>2\\ m\leqslant 1或m\geqslant 3\end{cases}$ 或$\begin{cases}m\leqslant 2\\ 1<m<3\end{cases}$，解得：$m\geqslant 3$ 或 $1<m\leqslant 2$.

18、解：设 $A=\{x|x^2-4ax+3a^2<0(a<0)\}=\{x|3a<x<a\}$，

$B=\{x|x^2-x-6\leqslant 0$ 或 $x^2+2x-8<0\}$

$=\{x|x^2-x-6<0\}\cup\{x|x^2+2x-8>0\}$

$=\{x|-2\leqslant x\leqslant 3\}\cup\{x|x<-4$ 或 $x>2\}=\{x|x<-4$ 或 $x\geqslant -2\}$.

因为$\neg p$ 是$\neg q$ 的必要不充分条件，所以$\neg q\Rightarrow\neg p$ 且$\neg p\not\Rightarrow\neg q$

于是 $p\Rightarrow q$ 且 $q\not\Rightarrow p$， 故 $A\subsetneqq B$

$\begin{cases}3a\geqslant -2\\ a<0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a\leqslant -4\\ a<0\end{cases}$ 即$-\frac{2}{3}\leqslant a<0$ 或 $a\leqslant -4$.

19、解:$|f(x)|\leq 1\Leftrightarrow -1\leq f(x)\leq 1\Leftrightarrow -1\leq ax^2+x\leq 1, x\in[0,1]$ ……①

当 $x=0$ 时,$a\neq 0$,①式显然成立;

当 $x\in(0,1]$时,①式化为$-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}\leq a\leq\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}$在 $x\in(0,1]$ 上恒成立.

设 $t=\frac{1}{x}$,则 $t\in[1,+\infty)$,则有$-t^2-t\leq a\leq t^2-t$,所以只须

$\begin{cases}a\geq(-t^2-t)_{\max}=-2\\ a\leq(t^2-t)_{\min}=0\end{cases}$ $\Rightarrow -2\leq a\leq 0$,又 $a\neq 0$,故$-2\leq a<0$,

综上,所求实数 a 的取值范围是$[-2,0)$.

20、解：由题设知 $x_1+x_2=a$，$x_1x_2=-2$，

∴$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{a^2+8}$.

$a\in[1,2]$时，$\sqrt{a^2+8}$的最小值为 3，要使$|m-5|\leqslant|x_1-x_2|$对任意实数 $a\in[1,2]$恒成立，只需$|m-5|\leqslant 3$，即 $2\leqslant m\leqslant 8$.

由已知，得 $f(x)=3x^2+2mx+m+\frac{4}{3}=0$ 的判别式

$\Delta=4m^2-12(m+\frac{4}{3})=4m^2-12m-16>0$，

得 $m<-1$ 或 $m>4$.

，综上，要使“p 且 q”为真命题，只需 p 真 q 真，

即$\begin{cases}2\leqslant m\leqslant 8\\ m<-1或m>4\end{cases}$ 解得实数 m 的取值范围是$(4,8]$.