排列组合与二项式定理练习(廖老师选题)

1、A、B、C、D、E 五人并排站成一排，如果 B 必须在 A 的右边(A、B 可以不相邻)，那么不同的排法共有(　　)　A．24 种　　B．60 种　C．90 种　　D．120 种

2、一天有语文、数学、英语、政治、生物、体育六节课，体育不在第一节上，数学不在第六节上，这天课程表的不同排法种数为(　　)　A．288　　B．480　　C．504　D．696

3．某市汽车牌照号码可以上网自编，但规定从左到右第二个号码只能从字母 B、C、D 中选择，其他四个号码可以从 0～9 这十个数字中选择(数字可以重复)，某车主第一个号码(从左到右)只想在数字 3、5、6、8、9 中选择，其他号码只想在 1、3、6、9 中选择，则他的车牌号码可选的所有可能情况有(　　)A．180 种 B．360 种 C．720 种　D．960 种

4、某台小型晚会由 6 个节目组成，演出顺序有如下要求：节目甲必须排在前两位，节目乙不能排在第一位，节目丙必须排在最后一位，该台晚会节目演出顺序的编排方案共有(　　)

A．36 种　　B．42 种　　C．48 种　D．54 种

5、两人进行乒乓球比赛，先赢 3 局者获胜，决出胜负为止，则所有可能出现的情形(各人输赢局次的不同视为不同情形)共有(　　)

A．10 种　B．15 种　　C．20 种　D．30 种

6．五名篮球运动员比赛前将外衣放在休息室，比赛后都回到休息室取衣服．由于灯光暗淡，看不清自己的外衣，则至少有两人拿对自己的外衣的情况有(　　)

A．30 种　　B．31 种　C．35 种　D．40 种

7．某化工厂生产中需依次投放 2 种化工原料，现已知有 5 种原料可用，但甲、乙两种原料不能同时使用，且依次投料时，若使用甲原料，则甲必须先投放，则不同的投放方案有(　　)

A．10 种　　　B．12 种　　C．15 种　　　　D．16 种

8．有 6 个人站成前后两排，每排 3 人，若甲、乙 2 人左右、前后均不相邻，则不同的站法种数为(　　)　A．240　　B．384　　C．480　　D．768

9．在某种信息传输过程中，用 4 个数字的一个排列(数字允许重复)表示一个信息，不同排列表示不同信息．若所用数字只有 0 和 1，则与信息 0110 至多有两个对应位置上的数字相同的信息个数为(　　)A．10　　B．11　　C．12　D．15

10．由 1、2、3、4、5、6 组成没有重复数字且 1、3 都不与 5 相邻的六位偶数的个数是(　　)

A．72　　　B．96　　C．108　D．144

11、 $(1+2x)^{15}$ 的展开式中系数最大的项为(　　)

A．第 8 项　　　B．第 9 项　C．第 8 项和第 9 项　　D．第 11 项

12、现有 16 张不同的卡片，其中红色、黄色、蓝色、绿色卡片各 4 张．从中任取 3 张，要求这 3 张卡片不能是同一种颜色，且红色卡片至多 1 张，不同取法的种数为(　　)

A．232　　B．252　　C．472　　D．484

13．若$(1+x+x^2)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+\quad+a_{12}x^{12}$，则 $a_2+a_4+\quad+a_{12}=$________.

14. 由 0,1,2,3 这四个数字组成的四位数中，有重复数字的四位数共有________.

15、5 名乒乓球队员中，有 2 名老队员和 3 名新队员．现从中选出 3 名队员排成 1,2,3 号参加团体比赛，则入选的 3 名队员中至少有 1 名老队员，且 1、2 号中至少有 1 名新队员的排法有________种．(数字作答)

16、将 2 名教师，4 名学生分成 2 个小组，分别安排到甲、乙两地参加社会实践活动，每个小组由 1 名教师和 2 名学生组成，不同的安排方案共有______(数字作答)

17、若将函数 $f(x)=x^5$ 表示为 $f(x)=a_0+a_1(1+x)+a_2(1+x)^2+\quad+a_5(1+x)^5$,其中 $a_0,a_1,a_2,\quad,a_5$ 为实数，则 $a_3=$____________.

18、有 6 个座位连成一排，现有 3 人就坐，则恰有两个空座位相邻的不同坐法有_______种．

19、$\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{2x}\right)^n$ 的展开式中第五项和第六项的二项式系数最大，则第四项为________．

20．某国家代表队要从 6 名短跑运动员中选 4 人参加亚运会 4　100 m 接力，如果其中甲不能跑第一棒，乙不能跑第四棒，共有________种参赛方法．

21.用红、黄、蓝三种颜色之一去涂图中标号为 1,2,　　，9 的 9 个小正方形(如图)，使得任意相邻(有公共边的)小正方形所涂颜色都不相同，且标号为 1、5、9 的小正方形涂相同的颜色，则符合条件的所有涂法共有____种．

1	2	3
4	5	6
7	8	9

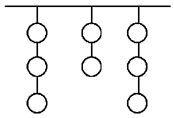
22、某班同学在今年春节写了一幅共勉的对联，他们将对联定成如下形状：

龙
腾 腾
虎 虎 虎
※ 跃 跃 ※
※ 今 ※
胜 胜
昔

你
追 追
我 我 我
赶 赶 赶 赶
齐 齐 齐
争 争
雄

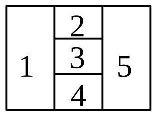
则从上而下连读成　龙腾虎跃今胜昔，你追我赶齐争雄(上、下两字应紧连，如第二行的第一个　腾　字可与第三行的第一或第二个　虎　字连读，但不能与第三行的第三个　虎　字相连)，共有________种不同的连读方式(用数字作答).

23、在一次射击比赛中，有 8 个泥制靶子排成如图所示的三列(其中两列有 3 个靶子，一列有 2 个靶子)，一位神枪手按下面的规则打掉所有的靶子：首先他选择一列，然后在被选中的一列中打掉最下面的一个没被打掉的靶子．则打掉这 8 个靶子共有________种顺序．

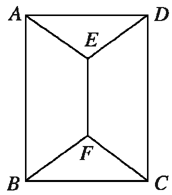


24、有 6 双不同尺码的鞋子任取 4 只, 至少配成一双取法数______

25、在具有 5 个行政区域的地图(如图)上，给这 5 个区域着色共使用了 4 种不同的颜色，相邻区域不使用同一颜色，则有________种不同的着色方法．



26.如图，用四种不同颜色给图中的 A，B，C，D，E，F 六个点涂色，要求每个点涂一种颜色，且图中每条线段的两个端点涂不同颜色．则不同的涂色方法共有多少种数是_______？



27．按照下列要求，分别求有多少种不同的方法？

(1)6 个不同的小球放入 4 个不同的盒子；

(2)6 个不同的小球放入 4 个不同的盒子，每个盒子至少一个小球；

(3)6 个相同的小球放入 4 个不同的盒子，每个盒子至少一个小球．

28、已知在 $\left(\sqrt[3]{x}-\dfrac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ 的展开式中，第 6 项为常数项．

(1)求 n；(2)求含 x^2 的项的系数；(3)求展开式中所有的有理项．

29、已知集合 $A=\{a_1，a_2，a_3，a_4\}$，$B=\{0,1,2,3\}$，f 是从 A 到 B 的映射．

(1)若 B 中每一元素都有原象，这样不同的 f 有多少个？

(2)若 B 中的元素 0 必无原象，这样的 f 有多少个？

(3)若 f 满足 $f(a_1)+f(a_2)+f(a_3)+f(a_4)=4$，这样的 f 又有多少个？

排列组合与二项式定理练习(廖老师选题)

1、A、B、C、D、E 五人并排站成一排，如果 B 必须在 A 的右边(A、B 可以不相邻)，那么不同的排法共有(　　)

A．24 种　　B．60 种　　C．90 种　　D．120 种

解：选 B　可先排 C、D、E 三人，共有 A_5^3种，剩余 A、B 两人只有一种排法．故满足条件的排法共有 A_5^3　1＝60(种)．

2、一天有语文、数学、英语、政治、生物、体育六节课，体育不在第一节上，数学不在第六节上，这天课程表的不同排法种数为(　　)

A．288　　B．480

C．504　　D．696

解析：选 C　数学在第一节，这时有 A_5^5＝120 种排法；数学不在第一节，又不在第六节，体育不在第一节，这时有 $C_4^1C_4^1A_4^4$＝384 种排法．所以课程表的不同排法共有 120＋384＝504 种不同排法．

3．某市汽车牌照号码可以上网自编，但规定从左到右第二个号码只能从字母 B、C、D 中选择，其他四个号码可以从 0～9 这十个数字中选择(数字可以重复)，某车主第一个号码(从左到右)只想在数字 3、5、6、8、9 中选择，其他号码只想在 1、3、6、9 中选择，则他的车牌号码可选的所有可能情况有(　　)

A．180 种　　B．360 种

C．720 种　　D．960 种

解：选 D　按照车主的要求，从左到右第一个号码有 5 种选法，第二个号码有 3 种选法，其余三个各有 4 种选法，因此该车主的车牌号码可选的所有可能情况共有 $A_5^1 \cdot A_3^1 \cdot A_4^1 \cdot A_4^1 \cdot A_4^1$＝960(种)．

4、某台小型晚会由 6 个节目组成，演出顺序有如下要求：节目甲必须排在前两位，节目乙不能排在第一位，节目丙必须排在最后一位，该台晚会节目演出顺序的编排方案共有(　　)

A．36 种　　B．42 种　　C．48 种　D．54 种

解：选 B　分两类：第一类：甲排在第一位，共有 A_4^4＝24(种)排法；第二类：甲排在第二位，共有 $A_3^1 \cdot A_3^3$＝18(种)排法，所以共有编排方案 24＋18＝42(种)．

5、两人进行乒乓球比赛，先赢 3 局者获胜，决出胜负为止，则所有可能出现的情形(各人输赢局次的不同视为不同情形)共有(　C　)

A．10 种　B．15 种　C．20 种　D．30 种

[自主解答]　(1)分三种情况：恰好打 3 局，有 2 种情形；恰好打 4 局(一人前 3 局中赢 2 局，输 1 局，第 4 局赢)，共有 $2C_3^2$＝6 种情形；恰好打 5 局(一人前 4 局中赢 2 局，输 2 局，第 5 局赢)，共有 $2C_4^2$＝12 种情形．所有可能出现的情形共有 2＋6＋12＝20(种)．

6．五名篮球运动员比赛前将外衣放在休息室，比赛后都回到休息室取衣服．由于灯光暗淡，

看不清自己的外衣，则至少有两人拿对自己的外衣的情况有(　　)

A．30 种　　B．31 种　C．35 种　D．40 种

解：选 B　分类：第一类，两人拿对，其他 3 人均拿错：2　C_5^2＝20(种)；第二类，三人拿对：C_5^3＝10(种)；第三类，四人拿对与五人拿对一样，所以有 1 种．故共有 20＋10＋1＝31(种)．

7．某化工厂生产中需依次投放 2 种化工原料，现已知有 5 种原料可用，但甲、乙两种原料不能同时使用，且依次投料时，若使用甲原料，则甲必须先投放，则不同的投放方案有(　　)

A．10 种　　B．12 种　C．15 种　　D．16 种

解：选 C　分三类：①使用甲原料有 $C_3^1\cdot 1$＝3(种)方法；②使用乙原料有 $C_3^1\cdot A_2^2$＝6(种)方法；③甲、乙原料都不使用，有 A_3^2＝6(种)方法，共有 3＋6＋6＝15(种)投放方案．

8．有 6 个人站成前后两排，每排 3 人，若甲、乙 2 人左右、前后均不相邻，则不同的站法种数为(　　)

A．240　　B．384　C．480　　D．768

1	2	3
4	5	6

解：选 B　由题意可知，前后两排的位置分别编号为 1、2、3、4、5、6，如图所示，则以甲为特殊元素分类考虑：甲在 1 位置时，乙可在 3、5、6 位置，则有 $3A_4^4$＝72 种；甲在 2 位置时，乙可在 4、6 位置，则有 $2A_4^4$＝48 种；甲在 3 位置时，乙可在 1、4、5 位置，则有 $3A_4^4$＝72 种；甲在 4、5、6 位置时，与以上 3 种相似，则有 $3A_4^4+2A_4^4+3A_4^4$＝192 种．

故共有 2　$(3A_4^4+2A_4^4+3A_4^4)$＝384 种站法．

9．在某种信息传输过程中，用 4 个数字的一个排列(数字允许重复)表示一个信息，不同排列表示不同信息．若所用数字只有 0 和 1，则与信息 0110 至多有两个对应位置上的数字相同的信息个数为(　　)A．10　　B．11　C．12　D．15

解析：选 B　若 0 个相同，共有 1 个；若 1 个相同，共有 C_4^1＝4(个)；若 2 个相同，共有 C_4^2＝6(个)．故共有 1＋4＋6＝11(个)．

10．由 1、2、3、4、5、6 组成没有重复数字且 1、3 都不与 5 相邻的六位偶数的个数是(　　)

A．72　　B．96　C．108　D．144

解：选 C　从 2,4,6 三个偶数中选一个数放在个位，有 C_3^1种方法，将其余两个偶数全排列，有 A_2^2种排法，当 1,3 不相邻且不与 5 相邻时有 A_3^3种方法，当 1,3 相邻且不与 5 相邻时有 $A_2^2\cdot A_3^2$种方法，故满足题意的偶数个数有 $C_3^1\cdot A_2^2\cdot(A_3^3+A_2^2\cdot A_3^2)$＝108(个)．

11、 $(1+2x)^{15}$ 的展开式中系数最大的项为(　　)

A．第 8 项　　B．第 9 项　C．第 8 项和第 9 项　　D．第 11 项

解：选 D　$T_{r+1}=C_{15}^r 2^r x^r$，由 $C_{15}^{r-1}2^{r-1}\le C_{15}^r 2^r$，$C_{15}^{r+1}2^{r+1}\le C_{15}^r 2^r$?á$\frac{29}{3}\le r\le\frac{32}{3}$，$r=10$，所以第 11 项的系数最大

12、现有 16 张不同的卡片，其中红色、黄色、蓝色、绿色卡片各 4 张．从中任取 3 张，要求这 3 张卡片不能是同一种颜色，且红色卡片至多 1 张，不同取法的种数为(　　)

A．232　　B．252　C．472　　D．484

解：若没有红色卡片则有 $C_{12}^{3}-3C_{4}^{3}=208$ (种)若红色卡片有 1 张则有 $C_{4}^{1}C_{12}^{2}=264$ (种)，所以不同的取法有 208+264＝472(种)．[答]　C

13．若$(1+x+x^2)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+\quad+a_{12}x^{12}$，则 $a_2+a_4+\quad+a_{12}=$________.

解：令 $x=1$，则 $a_0+a_1+a_2+\quad+a_{12}=3^6$，令 $x=-1$，则 $a_0-a_1+a_2-\quad+a_{12}=1$，

$\therefore a_0+a_2+a_4+\quad+a_{12}=\dfrac{3^6+1}{2}$.

令 $x=0$，则 $a_0=1$，$\therefore a_2+a_4+\quad+a_{12}=\dfrac{3^6+1}{2}-1=364$. 答案：364

14. 由 0,1,2,3 这四个数字组成的四位数中，有重复数字的四位数共有________．

解：由 0,1,2,3 可组成的四位数共有 $3\quad4^3=192$ 个，

其中无重复的数字的四位数共有 $3\mathrm{A}_3^3=18$ 个，故有 $192-18=174$ 个．答案：174

15、5 名乒乓球队员中，有 2 名老队员和 3 名新队员．现从中选出 3 名队员排成 1,2,3 号参加团体比赛，则入选的 3 名队员中至少有 1 名老队员，且 1、2 号中至少有 1 名新队员的排法有________种．(以数字作答)

解： ①只有 1 名老队员的排法有 $\mathrm{C}_2^1\cdot\mathrm{C}_3^2\cdot\mathrm{A}_3^3=36$(种)；

②有 2 名老队员的排法有 $\mathrm{C}_2^2\cdot\mathrm{C}_3^1\cdot\mathrm{C}_2^1\cdot\mathrm{A}_2^2=12$(种)，所以共 48 种．答案：48

16、将 2 名教师，4 名学生分成 2 个小组，分别安排到甲、乙两地参加社会实践活动，每个小组由 1 名教师和 2 名学生组成，不同的安排方案共有______

解：　分两步：第一步，选派一名教师到甲地，另一名到乙地，共有 $\mathrm{C}_2^1=2$(种)选派方法；第二步，选派两名学生到甲地，另外两名到乙地，共有 $\mathrm{C}_4^2=6$(种)选派方法．由分步乘法计数原理得不同的选派方案共有 $2\quad6=12$(种)．

17、若将函数 $f(x)=x^5$ 表示为 $f(x)=a_0+a_1(1+x)+a_2(1+x)^2+\quad+a_5(1+x)^5$,其中 $a_0,a_1,a_2,\quad,a_5$ 为实数，则 $a_3=$____________.

解：不妨设 $1+x=t$，则 $x=t-1$，因此有$(t-1)^5=a_0+a_1t+a_2t^2+a_3t^3+a_4t^4+a_5t^5$，则 $a_3=\mathrm{C}_5^2(-1)^2=10$.答案：10

18、有 6 个座位连成一排，现有 3 人就坐，则恰有两个空座位相邻的不同坐法有(　　)　A．36 种　　B．48 种　C．72 种　D．96 种

解：选 C　恰有两个空位相邻，相当于两个空位与第三个空位不相邻，先将三人排列，然后插空．从而共 $\mathrm{A}_3^3\cdot\mathrm{A}_4^2=72$ 种排坐法．

19、$\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{2x}\right)^n$ 的展开式中第五项和第六项的二项式系数最大，则第四项为________．

解：由已知条件第五项和第六项的二项式系数最大，得 $n=9$，则$\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{2x}\right)^9$ 的展开式中第四

项 $T_4=C_9^3(\sqrt{x})^6\left(\frac{1}{2x}\right)^3=\frac{21}{2}$.[答案]　$\frac{21}{2}$

20．某国家代表队要从 6 名短跑运动员中选 4 人参加亚运会 4　100 m 接力，如果其中甲不能跑第一棒，乙不能跑第四棒，共有________种参赛方法．

解：①若甲、乙均不参赛，则有 $A_4^4=24$ 种参赛方法；②若甲、乙有且只有一人参赛，则有 $C_2^1\cdot C_4^3(A_4^4-A_3^3)=144$(种)；③若甲、乙两人均参赛，则有 $C_4^2(A_4^4-2A_3^3+A_2^2)=84$(种)，故一共有 24＋144＋84＝252 种参赛方法．答案：252

21.用红、黄、蓝三种颜色之一去涂图中标号为 1,2,　　，9 的 9 个小正方形(如图)，使得任意相邻(有公共边的)小正方形所涂颜色都不相同，且标号为　1、5、9　的小正方形涂相同的颜色，则符合条件的所有涂法共有________种．

1	2	3
4	5	6
7	8	9

解：第一步，从红、黄、蓝三种颜色中任选一种去涂标号为　1、5、9　的小正方形，涂法有 3 种；

第二步，涂标号为　2、3、6　的小正方形，若　2、6　同色，涂法有 2　2 种，若　2、6　不同色，涂法有 2　1 种；

第三步：涂标号为　4、7、8　的小正方形，涂法同涂标号为　2、3、6　的小正方形的方法一样．

因此符合条件的所有涂法共有 3　(2　2＋2　1)　(2　2＋2　1)＝108(种)．

答案：108

22、某班同学在今年春节写了一幅共勉的对联，他们将对联定成如下形状：

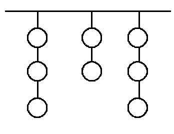
龙　　　　你
腾 腾　　　追 追
虎 虎 虎　　　我 我 我
※ 跃 跃 ※　　　赶 赶 赶 赶
※ 今 ※　　　齐 齐 齐
胜 胜　　　争 争
昔　　　　雄

则从上而下连读成　龙腾虎跃今胜昔，你追我赶齐争雄　(上、下两字应紧连，如第二行的第一个　腾　字可与第三行的第一或第二个　虎　字连读，但不能与第三行的第三个　虎　字相连)，共有________种不同的连读方式(用数字作答)．

解析：依题意及分步计数原理可知，从上而下连读方式共有 $C_4^2\cdot C_2^1\cdot C_6^3=240$ 种．

答案：240

23、在一次射击比赛中，有 8 个泥制靶子排成如图所示的三列(其中两列有 3 个靶子，一列有 2 个靶子)，一位神枪手按下面的规则打掉所有的靶子：首先他选择一列，然后在被选中的一列中打掉最下面的一个没被打掉的靶子．则打掉这 8 个靶子共有________种顺序．



解：问题相当于把这 8 个靶子按照编号排列后，其中各列靶子的顺序一定．在以这 8 个靶子为元素的排列(被打掉的顺序)中，同一列靶子间一定是按由下至上的顺序被打掉，即

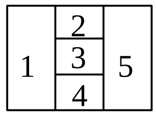
同一类元素间的顺序一定，因而所求顺序共有$\frac{A_8^8}{A_3^3A_2^2A_3^3}$＝560 种.

答案：560

24、有 6 双不同尺码的鞋子任取 4 只, 至少配成一双取法数______

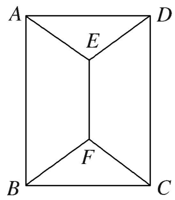
解： 法１：$C_6^1C_5^2 2^2+C_6^2=240+15=255$ 法２：$C_{12}^4-C_6^4 2^4=495-240=255$

25、在具有 5 个行政区域的地图(如图)上，给这 5 个区域着色共使用了 4 种不同的颜色，相邻区域不使用同一颜色，则有________种不同的着色方法.



解：已知一共使用了 4 种不同的颜色，因为有 5 块区域，故必有 2 块区域的颜色相同．分成两类情况进行讨论：若 1,5 块区域颜色相同，则有 $C_4^1C_3^1C_2^1$＝24 种不同的着色方法；若 2,4 块区域颜色相同，同理也有 24 种不同的着色方法．故共有 48 种不同的着色方法．答案：48

26.如图，用四种不同颜色给图中的 A，B，C，D，E，F 六个点涂色，要求每个点涂一种颜色，且图中每条线段的两个端点涂不同颜色．则不同的涂色方法共有多少种？



解：分三类：(1)B、D、E、F 用四种颜色，则有 A_4^4 1 1＝24 种方法；

(2)B、D、E、F 用三种颜色，则有 A_4^3 2 2＋A_4^3 2 1 2＝192 种方法；

(3)B、D、E、F 用两种颜色，则有 A_4^2 2 2＝48，所以共有不同的涂色方法 24＋192＋48＝264 种.

27．按照下列要求，分别求有多少种不同的方法？

(1)6 个不同的小球放入 4 个不同的盒子；

(2)6 个不同的小球放入 4 个不同的盒子，每个盒子至少一个小球；

(3)6 个相同的小球放入 4 个不同的盒子，每个盒子至少一个小球.

解：(1)每个小球都有 4 种方法，根据分步计数原理共有 4^6＝4 096 种不同方法.

(2)分两类：第 1 类，6 个小球分 3,1,1,1 放入盒中；第 2 类，6 个小球分 2,2,1,1 放入盒中，共有 $C_6^3\cdot C_4^1\cdot A_3^3+C_6^2\cdot C_4^2\cdot A_4^2$＝1 560 种不同放法.

(3)法一：按 3,1,1,1 放入有 C_4^1种方法，按 2,2,1,1，放入有 C_4^2种方法，共有 $C_4^1+C_4^2$＝10 种不同放法.

法二：(挡板法)在 6 个球之间的 5 个空中任选三空隔开，共有 C_5^3＝10 种不同方法.

28、已知在$\left(\sqrt[3]{x}-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$的展开式中，第 6 项为常数项.

(1)求 n；(2)求含 x^2 的项的系数；

(3)求展开式中所有的有理项.

解：通项公式为 $T_{r+1}=C_n^r x\frac{n-r}{3}(-3)^r x-\frac{r}{3}=(-3)^r C_n^r x\frac{n-2r}{3}$.

(1)∵第 6 项为常数项，

∴r＝5 时，有$\frac{n-2r}{3}$＝0，解得 n＝10.

(2)令$\frac{n-2r}{3}=2$，得 $r=\frac{1}{2}(n-6)=2$，

$\therefore x^2$ 的项的系数为 $C_{10}^2(-3)^2=405$.

(3)由题意知$\begin{cases}\frac{10-2r}{3}\in\mathbf{Z},\\0\leq r\leq 10,\\r\in\mathbf{Z}.\end{cases}$　令$\frac{10-2r}{3}=k(k\in\mathbf{Z})$，

则 $10-2r=3k$，即 $r=5-\frac{3}{2}k$，$\because r\in\mathbf{Z}$，$\therefore k$ 应为偶数，$\therefore k=2,0,-2$，即 $r=2,5,8$.$\therefore$第 3 项，第 6 项，第 9 项为有理项，它们分别为 $405x^2$，$-61\ 236$，$295\ 245x^{-2}$.

29、已知集合 $A=\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$，$B=\{0,1,2,3\}$，f 是从 A 到 B 的映射．

(1)若 B 中每一元素都有原象，这样不同的 f 有多少个？

(2)若 B 中的元素 0 必无原象，这样的 f 有多少个？

(3)若 f 满足 $f(a_1)+f(a_2)+f(a_3)+f(a_4)=4$，这样的 f 又有多少个？

解：(1)显然对应是一一对应的，即为 a_1 找象有 4 种方法，a_2 找象有 3 种方法，a_3 找象有 2 种方法，a_4 找象有 1 种方法，所以不同的 f 共有 4　3　2　1＝24(个)．

(2)0 必无原象，1,2,3 有无原象不限，所以为 A 中每一元素找象时都有 3 种方法．所以不同的 f 共有 $3^4=81$(个)．

(3)分为如下四类：

第一类，A 中每一元素都与 1 对应，有 1 种方法；

第二类，A 中有两个元素对应 1，一个元素对应 2，另一个元素与 0 对应，有 $C_4^2 \cdot C_2^1=12$ 种方法；

第三类，A 中有两个元素对应 2，另两个元素对应 0，有 $C_4^2 \cdot C_2^2=6$ 种方法；

第四类，A 中有一个元素对应 1，一个元素对应 3，另两个元素与 0 对应，有 $C_4^1 \cdot C_3^1=12$ 种方法．

所以不同的 f 共有 $1+12+6+12=31$(个)．