

概率随机变量练习(廖老师出题)

1. 设 X 是一个离散型随机变量, 其分布列为:
则 q 等于 ()

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$1-2q$	q^2

- A. 1 B. $1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

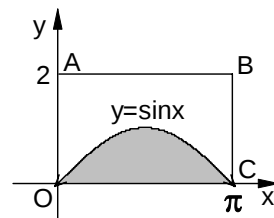
2. 设随机变量 ξ 的概率分布列是 $P(\xi = k) = \frac{C}{2^k}, k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, 其中 C 为常数, 则 $P(\xi \leq 2)$ 的值为 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{16}{21}$ C. $\frac{63}{64}$ D. $\frac{64}{63}$

3. 一盒中有 12 个乒乓球, 其中 9 个新的, 3 个是旧的, 从盒中任取 3 个球来用, 用完后装回盒中, 此时盒中旧球个数 X 是一个随机变量, 则 $P(X=4)$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{220}$ B. $\frac{27}{55}$ C. $\frac{27}{220}$ D. $\frac{21}{25}$

4. 如右下图, 在一个长为 π , 宽为 2 的矩形 $OABC$ 内, 曲线 $y = \sin x (0 \leq x \leq \pi)$ 与 x 轴围成如图所示的阴影部分, 向矩形 $OABC$ 内随机投一点 (该点落在矩形 $OABC$ 内任何一点是等可能的), 则所投的点落在阴影部分的概率是 ()



- A. $\frac{1}{\pi}$ B. $\frac{2}{\pi}$ C. $\frac{3}{\pi}$ D. $\frac{\pi}{4}$

5. 在三次独立重复试验中, 事件 A 在每次试验中发生的概率相同, 若事件 A 至少发生一次的概率为 $\frac{63}{64}$, 则事件 A 恰好发生一次的概率为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{9}{64}$ D. $\frac{27}{64}$

6. 甲乙两名篮球运动员轮流投篮直至某人投中为止, 设每次投篮甲投中的概率为 0.4, 乙投中的概率为 0.6, 而且不受其他投篮结果的影响. 设甲投篮的次数为 ξ , 若甲先投, 则 $P(\xi = 3) =$ ()

- A. $0.6^2 \times 0.4$ B. $0.24^2 \times 0.76$ C. $0.4^2 \times 0.6$ D. $0.76^2 \times 0.24$

7. 将三颗骰子各掷一次, 设事件 $A =$ “三个点数都不同”, $B =$ “至少出现一个 6 点”, 则条件概率 $P(A|B), P(B|A)$ 分别是 ()

- A. $\frac{60}{91}, \frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}, \frac{60}{91}$ C. $\frac{5}{18}, \frac{60}{91}$ D. $\frac{91}{216}, \frac{1}{2}$

8. 在 4 次独立重复试验中, 随机事件 A 恰好发生 1 次的概率不大于其恰好发生 2 次的概率, 则事件 A 在一次试验中发生的概率的取值范围是 ()

- A. $[0.4, 1)$ B. $(0, 0.6]$ C. $(0, 0.4]$ D. $[0.6, 1)$

9. 设某种动物由出生算起活到 10 岁的概率为 0.9, 活到 15 岁的概率为 0.6. 现有一个 10 岁的这种动物, 它能活到 15 岁的概率是_____。

10. 若随机事件 A 在一次试验中发生的概率为 $p (0 < p < 1)$, 用随机变量 ξ 表示 A 在 1 次试验中发生的次数, 则 $[P(\xi = 1)]^2 + [P(\xi = 0)]^2$ 的最小值为_____。

11. 将一枚均匀的硬币投掷 6 次, 则正面出现的次数比反面出现的次数多的概率_____。

12. 小李通过做游戏的方法来确定周日下午的活动, 他随机地往单位圆内投掷一点, 若此点到圆心的距离大于 $\frac{1}{2}$, 则去打篮球; 若此点到圆的距离小于 $\frac{1}{4}$ 则去看电影, 否则上网学习, 则, 小李周日下午不上网学习的概率=_____。

13. 甲、乙、丙 3 人各进行一次射击, 三人击中目标的概率分别是 0.8, 0.5, 0.4, 则

至少 1 人击中目标的概率=_____

14、一袋中有不同红球 4 个，不同白球 2 个，从中取 3 球，在取有红球的条件下至少取到 1 个白球的概率=_____，

15、袋中装有黑球 4 个和白球 3 个，从袋中每次取 1 球，取后不放回，直到取到白球时即终止．则取 3 次球终止的概率=_____

16、在容量为 n 的总体中用简单随机抽样的方法抽取一个容量为 4 的样本，若某个体 a 被抽到的概率为 $\frac{1}{6}$ ，则 n =_____

17、某商家进行促销活动，促销方案是：顾客每消费 1000 元，便可以获得奖券一张，每张奖券中奖的概率为 $\frac{1}{5}$ ，若中奖商家返还顾客现金 1000 元。小王购买一套价格为 2400 元的

西服，只能得到 2 张奖券，于是小王补偿 50 元给一同事购买一件价格为 600 元的便服，这样小王就得到了 3 张奖券。设小王这次消费的实际支出为 ζ (元)

(1) 求 ζ 的分布列； (2) 求 $E\zeta$ ； (3) 试说明小王出资 50 元增加 1 张奖券是否划算？

18、 甲乙玩“石头、剪刀、布”，双方出三种手势是等可能的

(1)求出在 1 次游戏中甲胜乙的概率；

(2)若甲、乙双方共进行了 3 次游戏，其中甲胜乙的次数记作 X ，求 $E(X)$ ， $D(X)$

19、某市场所出售的鸡都是由 A、B、C 三个养鸡场供应的，这 A、B、C 三个养鸡场的鸡在该市场占有量分别为 20%、30%、50%，小李从该市买回三只鸡，求

(1) 小李买来的三只鸡分别属于三个不同养殖场的概率

(2) 小李买来的三只鸡属于 C 养殖场的只数 ξ 的分布列

20. 张老师居住在某城镇的 A 处，准备开车到学校 B 处上班。若该地各路段发生堵车事件都是独立的，且在同一路段发生堵车事件最多只有一次，发生堵车事件的概率如图 3。（例如：A→C→D 算作两个路段：路段 AC 发生堵车事件的概率为 $\frac{1}{10}$ ，路段 CD 发生堵车事件的概率为 $\frac{1}{15}$ ）。

（1）请你为其选择一条由 A 到 B 的路线，使得途中发生堵车事件的概率最小；

（2）若记路线 A→C→F→B 中遇到堵车次数为随机变量 ξ ，求 ξ 的均值（数学期望）。

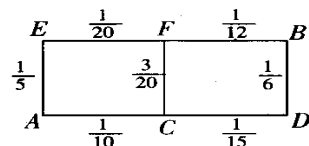


图 3

21. 一种电脑屏幕保护画面，只有符号“○”和“×”随机地反复出现，每秒钟变化一次，每次变化只出现“○”和“×”之一，其中出现“○”的概率为 p ，出现“×”的概率为 q 。若第 k 次出现“○”，则 $a_k = 1$ ；出现“×”，则 $a_k = -1$ 。令 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ 。

(I) 当 $p = q = \frac{1}{2}$ 时，记 $\xi = |S_3|$ ，求 ξ 的分布列

(II) 当 $p = \frac{1}{3}$ ， $q = \frac{2}{3}$ 时，记 $X = |S_4|$ 求 X 的分布列。

22、甲、乙、丙三人独立地对某一技术难题进行攻关。甲能攻克的概率为 $\frac{2}{3}$ ，乙能攻克
的概率为 $\frac{3}{4}$ ，丙能攻克的概率为 $\frac{4}{5}$ 。(1) 求这一技术难题被攻克
的概率；(2) 现假定这一技术难题已被攻克，上级决定奖励 a 万元。奖励规则如下：若只有1人攻克，则此人获得全部奖金 a 万元；若只有2人攻克，则奖金奖给此二人，每人各得 $\frac{a}{2}$ 万元；若三人均攻克，则奖金奖给此三人，每人各得 $\frac{a}{3}$ 万元。设甲得到的奖金数为 X ，求 X 的分布列和数学期望。

随机变量练习一

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$1-2q$	q^2

1. 设 X 是一个离散型随机变量，其分布列为：

则 q 等于 (C) A. 1 B. $1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

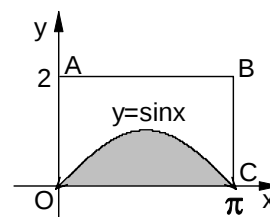
2. 设随机变量 ξ 的概率分布列是 $P(\xi = k) = \frac{C}{2^k}, k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ，其中 C 为常数，则

$P(\xi \leq 2)$ 的值为 (B) A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{16}{21}$ C. $\frac{63}{64}$ D. $\frac{64}{63}$

3. 一盒中有 12 个乒乓球，其中 9 个新的，3 个是旧的，从盒中任取 3 个球来用，用完后装回盒中，此地盒中旧球个数 X 是一个随机变量，则 $P(X=4)$ 的值为 (C)

A. $\frac{1}{220}$ B. $\frac{27}{55}$ C. $\frac{27}{220}$ D. $\frac{21}{25}$ $P(X=4) = \frac{C_9^1 C_3^2}{C_{12}^3} = \frac{27}{220}$

4. 如右下图，在一个长为 π ，宽为 2 的矩形 $OABC$ 内，曲线 $y = \sin x (0 \leq x \leq \pi)$ 与 x 轴围成如图所示的阴影部分，向矩形 $OABC$ 内随机投一点（该点落在矩形 $OABC$ 内任何一点是等可能的），则所投的点落在阴影部分的概率是 (A)



A. $\frac{1}{\pi}$ B. $\frac{2}{\pi}$ C. $\frac{3}{\pi}$ D. $\frac{\pi}{4}$

5. 在三次独立重复试验中，事件 A 在每次试验中发生的概率相同，若事件 A 至少发生一次的概率为 $\frac{63}{64}$ ，则事件 A 恰好发生一次的概率为 (C)

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{9}{64}$ D. $\frac{27}{64}$

6. 甲乙两名篮球运动员轮流投篮直至某人投中为止，设每次投篮甲投中的概率为 0.4，乙投中的概率为 0.6，而且不受其他投篮结果的影响。设甲投篮的次数为 ξ ，若甲先投，则 $P(\xi = 3) =$ (B)

A. $0.6^2 \times 0.4$ B. $0.24^2 \times 0.76$ C. $0.4^2 \times 0.6$ D. $0.76^2 \times 0.24$

解：甲乙甲乙甲乙 甲乙甲乙甲乙

7. 将三颗骰子各掷一次，设事件 $A =$ “三个点数都不同”， $B =$ “至少出现一个 6 点”，则条件概率 $P(A|B)$, $P(B|A)$ 分别是 (A)

A. $\frac{60}{91}, \frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}, \frac{60}{91}$ C. $\frac{5}{18}, \frac{60}{91}$ D. $\frac{91}{216}, \frac{1}{2}$

解：

8. 在 4 次独立重复试验中，随机事件 A 恰好发生 1 次的概率不大于其恰好发生 2 次的概率，则事件 A 在一次试验中发生的概率的取值范围是 (A)

A. $[0.4, 1)$ B. $(0, 0.6]$ C. $(0, 0.4]$ D. $[0.6, 1)$

9. 设某种动物由出生算起活到 10 岁的概率为 0.9，活到 15 岁的概率为 0.6。现有一个 10 岁的这种动物，它能活到 15 岁的概率是_____。

解 设由出生算起活到 10 岁为事件 A ，活到 15 岁为事件 B ，则 $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0.6}{0.9} = \frac{2}{3}$

10. 若随机事件 A 在一次试验中发生的概率为 p ($0 < p < 1$)，用随机变量 ξ 表示 A 在 1 次试验中发生的次数，则 $[P(\xi = 1)]^2 + [P(\xi = 0)]^2$ 的最小值为_____。 $\frac{1}{2}$

11. 将一枚均匀的硬币投掷 6 次，则正面出现的次数比反面出现的次数多的概率_____ $\frac{11}{32}$

12. 小李通过做游戏的方法来确定周日下午的活动，他随机地往单位圆内投掷一点，若此点

到圆心的距离大于 $\frac{1}{2}$ ，则去打篮球；若此点到圆的距离小于 $\frac{1}{4}$ 则去看电影，否则上网学习，

则，小李周日下午不上网学习的概率 = $\frac{13}{16}$

13、甲、乙、丙 3 人各进行一次射击，三人击中目标的概率分别是 0.8, 0.5, 0.4，则至少 1 人击中目标的概率 = $1 - 0.2 \times 0.5 \times 0.6 = 0.94$

14、一袋中有不同红球 4 个，不同白球 2 个，从中取 3 球，在取有红球的条件下至少取到 1 个白球的概率 = $P(B|A) = \frac{n(AB)}{n(A)} = \frac{C_6^3 - C_4^3}{C_6^3} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$,

改白球 3 个 $P(B|A) = \frac{n(AB)}{n(A)} = \frac{C_7^3 - C_4^3 - C_3^3}{C_7^3 - C_3^3} = \frac{30}{34} = \frac{15}{17}$

15、袋中装有黑球 4 个和白球 3 个，从袋中每次取 1 球，取后不放回，直到取到白球时即终止。则取 3 次球终止的概率 = $\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{35}$

16、在容量为 n 的总体中用简单随机抽样的方法抽取一个容量为 4 的样本，若某个体 a 被抽到的概率为 $\frac{1}{6}$ ，则 $n = \frac{4}{\frac{1}{6}} = 24$

17、某商家进行促销活动，促销方案是：顾客每消费 1000 元，便可以获得奖券一张，每张奖券中奖的概率为 $\frac{1}{5}$ ，若中奖商家返还顾客现金 1000 元。小王购买一套价格为 2400 元的

西服，只能得到 2 张奖券，于是小王补偿 50 元给一同事购买一件价格为 600 元的便服，这样小王就得到了 3 张奖券。设小王这次消费的实际支出为 ζ (元)

(1) 求 ζ 的分布列； (2) 求 $E\zeta$ ； (3) 试说明小王出资 50 元增加 1 张奖券是否划算？

解：(1) ζ 的所有可能取值为 2450, 1450, 450, -550.

$$P(\zeta = 2450) = \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125} \quad P(\zeta = 1450) = C_3^1 \left(\frac{1}{5}\right) \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{48}{125}$$

$$P(\zeta = 450) = C_3^2 \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{12}{125} \quad P(\zeta = -550) = C_3^3 \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$$

ζ 的分布列为

ζ	2450	1450	450	-550
P	$\frac{64}{125}$	$\frac{48}{125}$	$\frac{12}{125}$	$\frac{1}{125}$

$$(2) E\zeta = 2450 \times \frac{64}{125} + 1450 \times \frac{48}{125} + 450 \times \frac{12}{125} + (-550) \times \frac{1}{125} = 1850 (\text{元})$$

(3) 设小王不出资 50 元增加 1 张奖券消费的实际支出为 ζ_1 (元)

$$E\zeta_1 = 2400 \times \frac{16}{25} + 1400 \times \frac{8}{25} + 400 \times \frac{1}{25} = 2000 (\text{元})$$

$E\zeta < E\zeta_1$ ，故小王出资 50 元增加 1 张奖券划算.

注意(1)若 $X \sim B(n, p)$ ，则 x 的值只能是 0, 1, 2, ..., n

(2)若 $X \sim B(n, p)$ ， $\xi = aX + b$ ，则可用 $E\xi = aEX + b$

18、甲乙玩“石头、剪刀、布”，双方出三种手势是等可能的

(1) 求出在 1 次游戏中甲胜乙的概率；

(2) 若甲、乙双方共进行了 3 次游戏，其中甲胜乙的次数记作 X，求 $E(X)$ ， $D(X)$

解(1) 设 A 在 1 次游戏中甲胜乙的概率 $P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ (2) $X \sim B(3, \frac{1}{3})$ ，于是 $E\xi = np = 1$ ， $D\xi = npq = \frac{2}{3}$

例 5、周末 3 人都从甲, 乙, 丙三地的选择一个地方游玩, 每个人选甲, 乙, 丙的概率都分别为 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$, 用 ξ 表示选择在乙地游玩的人数

(1) 求 $E\xi$, $D\xi$; (2) 求三地都有人选择的概率

解: 由于 $\xi \sim B(4, \frac{1}{3})$, 于是 $E\xi = nP = \frac{4}{3}$, $D\xi = nP(1-P) = 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{9}$

19、某市场所出售的鸡都是由 A、B、C 三个养鸡场供应的, 这 A、B、C 三个养鸡场的鸡在该市场占有量分别为 20%、30%、50%, 小李从该市买回三只鸡, 求

(1) 小李买来的三只鸡分别属于三个不同养殖场的概率

(2) 小李买来的三只鸡属于 C 养殖场的只数 ξ 的分布列

解: (1) 设 $A = \{\text{三只鸡分别属于三个不同养殖场}\}$ 则 $P(A) = A_3^3 0.2 \times 0.3 \times 0.5 = 0.18$

(2) ξ 的可能值为 0, 1, 2, 3, 则 $\xi \sim B(\frac{1}{2}, 3)$

$$P(\xi = 0) = C_3^0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}, \quad P(\xi = 1) = C_3^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$$

$$P(\xi = 2) = C_3^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{3}{8}, \quad P(\xi = 3) = C_3^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{8}, \quad E\xi = np = \frac{3}{2}.$$

20. 张老师居住在某城镇的 A 处, 准备开车到学校 B 处上班。若该地各路段发生堵车事件都是独立的, 且在同一路段发生堵车事件最多只有一次, 发生堵车事件的概率如图 3。(例如: $A \rightarrow C \rightarrow D$ 算作两个路段: 路段 AC 发生堵车事件的概率为 $\frac{1}{10}$, 路段 CD 发生堵车事件的概率为 $\frac{1}{15}$).

(1) 请你为其选择一条由 A 到 B 的路线, 使得途中发生堵车事件的概率最小;

(2) 若记路线 $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow B$ 中遇到堵车次数为随机变量 ξ , 求 ξ 的均值 (数学期望).

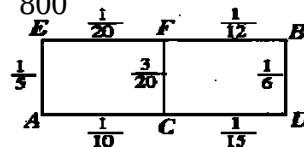
解: (1) 记 $A_1 = \{\text{路线 } A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B \text{ 中遇到堵车}\}$, 则 $P(A_1) = 1 - \frac{9}{10} \times \frac{14}{15} \times \frac{5}{6} = \frac{3}{10}$

记 $A_2 = \{\text{路线 } A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow B \text{ 中遇到堵车}\}$, 则 $P(A_2) = 1 - \frac{9}{10} \times \frac{17}{20} \times \frac{11}{12} = \frac{239}{800}$

记 $A_3 = \{\text{路线 } A \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow B \text{ 中遇到堵车}\}$,

$$\text{则 } P(A_3) = 1 - \frac{4}{5} \times \frac{19}{20} \times \frac{11}{12} = \frac{91}{300}$$

故 $P(A_3) > P(A_1) > P(A_2)$, 故选择路线 $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow B$, 可使堵车的概率最小 图 3



(2) 路线 $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow B$ 中遇到堵车次数 ξ 可取值为 0, 1, 2, 3

$$P(\xi = 0) = \frac{9}{10} \times \frac{17}{20} \times \frac{11}{12} = \frac{561}{800},$$

$$P(\xi = 1) = \frac{1}{10} \times \frac{17}{20} \times \frac{11}{12} + \frac{9}{10} \times \frac{3}{20} \times \frac{11}{12} + \frac{9}{10} \times \frac{17}{20} \times \frac{1}{12} = \frac{637}{2400}$$

$$P(\xi = 2) = \frac{1}{10} \times \frac{3}{20} \times \frac{11}{12} + \frac{1}{10} \times \frac{17}{20} \times \frac{1}{12} + \frac{9}{10} \times \frac{3}{20} \times \frac{1}{12} = \frac{77}{2400}$$

$$P(\xi = 3) = \frac{1}{10} \times \frac{3}{20} \times \frac{1}{12} = \frac{3}{2400} \quad E\xi = 0 \times \frac{561}{800} + 1 \times \frac{637}{2400} + 2 \times \frac{77}{2400} + 3 \times \frac{3}{2400} = \frac{1}{3}$$

故路线 $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow B$ 中遇到堵车次数的数学期望为 $\frac{1}{3}$

21、一种电脑屏幕保护画面，只有符号“○”和“×”随机地反复出现，每秒钟变化一次，每次变化只出现“○”和“×”之一，其中出现“○”的概率为 p ，出现“×”的概率为 q 。若第 k 次出现“○”，则 $a_k=1$ ；出现“×”，则 $a_k=-1$ 。令 $S_n=a_1+a_2+\dots+a_n$ 。

(I) 当 $p=q=\frac{1}{2}$ 时，记 $\xi=|S_3|$ ，求 ξ 的分布列

(II) 当 $p=\frac{1}{3}$ ， $q=\frac{2}{3}$ 时，记 $X=|S_4|$ 求 X 的分布列。

解(I) $\because \xi=|S_3|$ 的取值为 1、3，又 $p=q=\frac{1}{2}$ ，

$$\therefore P(\xi=1)=C_3^1\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot 2=\frac{3}{4}, P(\xi=3)=\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{4}$$

$\therefore \xi$ 的分布列为

(II) $\because X=|S_4|$ 的取值 ξ

ξ	1	3
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

 $=\frac{2}{3}$

$$\therefore P(X=0)=C_4^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2=2=C_4^1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3+C_4^3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{32+8}{81}=\frac{40}{81}$$

$$P(X=4)=C_4^0\left(\frac{2}{3}\right)^4+C_4^4\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{17}{81} \therefore X \text{ 的分布列为}$$

ξ	0	2	4
P	$\frac{8}{27}$	$\frac{40}{81}$	$\frac{17}{81}$

22、甲、乙、丙三人独立地对某一技术难题进行攻关。甲能攻克概率为 $\frac{2}{3}$ ，乙能攻克

概率为 $\frac{3}{4}$ ，丙能攻克概率为 $\frac{4}{5}$ 。(1) 求这一技术难题被攻克概率；(2) 现假定这一技术

难题已被攻克，上级决定奖励 a 万元。奖励规则如下：若只有 1 人攻克，则此人获得全部奖金 a 万元；若只有 2 人攻克，则奖金给此二人，每人各得 $\frac{a}{2}$ 万元；若三人均攻克，则奖

奖金给此三人，每人各得 $\frac{a}{3}$ 万元。设甲得到的奖金数为 X ，求 X 的分布列和数学期望。

解：(1) 设 $A=\{\text{技术难题被攻克}\}$ 则 $P(A)=1-\left(1-\frac{2}{3}\right)\left(1-\frac{3}{4}\right)\left(1-\frac{4}{5}\right)=\frac{59}{60}$

(2) X 的可能值分别为 0, $\frac{a}{3}$, $\frac{a}{2}$, a 则 $P(X=0)=\frac{\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}\right)}{\frac{59}{60}}=\frac{19}{59}$

$$P(X=\frac{a}{3})=\frac{\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}}{\frac{59}{60}}=\frac{24}{59}, \quad P(X=\frac{a}{2})=\frac{\frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\times\frac{4}{5}\right)}{\frac{59}{60}}=\frac{14}{59},$$

$$P(X=a) = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}}{\frac{59}{60}} = \frac{2}{59}, \quad EX = \frac{\frac{2}{3} \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \right)}{\frac{59}{60}} = \frac{17}{59} a$$

要点：(1) 三人都在攻 (2) 难题已被攻克下的条件概率