2011-2012 高二上期考

1、命题上“若 x>-3,则 x>-6”以及它的逆命题、否命题、逆否命题中，真命题有

A、1 个　B、2 个 C、3 个　D、4 个

2、已知 a、b 是实数，则“a>0 且 b>0”是 a+b>0 且 ab>0 的(　　)

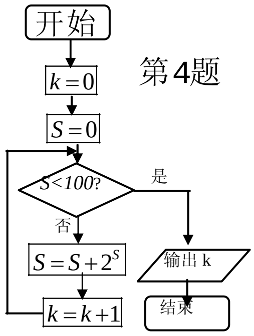
A、充分不必要条件　B、必要不充分条件 C、充要条件　D、不充分不必要条件

3、已知$\vec{a}=\vec{i}-3\vec{j}+\lambda\vec{k},\vec{b}=2\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k}(\vec{i},\vec{j},\vec{k}$是两两垂直的单位向量)，$\vec{a}\perp\vec{b}$

A、-2　B、2　C、3　D、-4

4、由程序框图运行后输出的 k 的值是(　)

A、6　　B、5　　C、4　　D、3



5、在 1 万 km^2 的海域中有 $40km^2$ 的大陆架贮藏着石油，假如在海域中任意一点钻探，钻到油层面的概率是(　)

A、1/251　　B、1/250　　C、1/249　　D、1/252

6、工人月工资 y(元)依劳动生产率 x(千元)变化的回归直线方程为 $\hat{y}=50+80x$，下列判断正确的是(　　　)

A 劳动生产率为 1000 元时工资为 50 元　　B 劳动生产率提高 1000 元时工资提高 130 元

C 劳动生产率提高 1000 元时工资提高 80 元 D 劳动生产率为 1000 元时工资为 80 元

7、从 3 男 1 女 4 位同学中选派 2 位参加某演讲比赛，那么选派的都是男生的概率是(　　)

A、1/4　　B、1/2　　C、2/3　　D、3/4

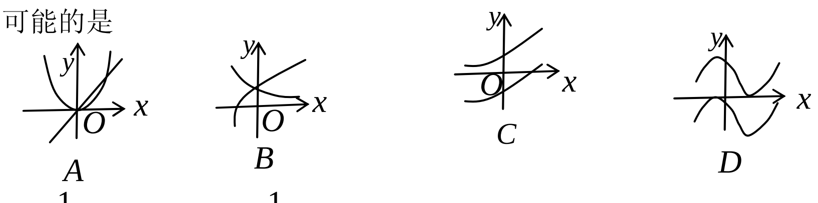
8、已知椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{a^2}=1$与双曲线$\frac{x^2}{a}-\frac{y^2}{2}=1$有相同的焦点，则$a$的值是(　　)

A、1　　B、2　　C、3　　D、4

9、已知空间四边形 OABC，其对角线为 OB、AC，M、N 分别是 OA、BC 的中点，点 G 在线段 MN 上，且$\overrightarrow{MG}=2\overrightarrow{GN}$,若$\overrightarrow{OG}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{OC}$,则$x+y+z$的值为(　　　)

A、5/6　　B、1　　C、2/3　　D、4/5

10、设$f'(x)$是函数$f(x)$的导函数，将$y=f(x)$和$y=f'(x)$的图象画在同一个直角坐标系中，不可能的是



11、直线$x=\frac{1}{2},x=2$曲线$y=\frac{1}{x}$及x轴所围成图形的面积为______

12、曲线$C:f(x)=\sin x+e^x+2$在点$P(0,f(0))$处的切线方程为_________

13、在调查高一年级学生身高的过程中，抽取了一个样本并将其分组画成频率颁布直方图，[160cm,165cm]组的小矩形的高为 0.01，[165cm,170cm]组小矩形的高为 0.05，试估计该高一年级学生身高在[160cm,170cm]范围内的人数________

14.已知抛物线 $y^2=8x$ 过其焦点 F 的直线交抛物线于 A、B 两点，过 AB 中点 M 作 Y 轴垂线交 y 轴于点 N，若|MN|=2,则|AB|=______

15.已知双曲线 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1$ 的左焦点为 F_1，点 P 为双曲线右支上一点，且 PF_1 与圆 $x^2+y^2=16$ 相切于点 N，M 为线段 PF_1 的中点，O 为原点，则 $|MN|-|MO|$=______

16.从甲乙两个班中各随机的抽取 6 名学生，他们的数学成绩如下：

甲	76	74	82	96	66	76
乙	86	84	62	76	78	92

(Ⅰ)画出茎叶图并求出甲班学生数学成绩的中位数

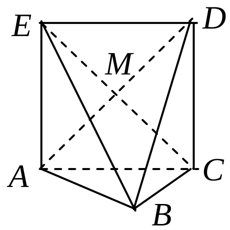
(Ⅱ)若不低于 80 分则表示该生数学成绩优秀。现从甲乙两班中各抽出 1 名学生参加数学兴趣小组，求这两名学生的数学成绩恰好都优秀的概率

17、已知命题 p:方程 $\frac{x^2}{m}+y^2=1$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆；命题 q:直线 $y=x-1$ 与抛物线 $y=mx^2$ 有两个交点

(Ⅰ) 若命题 q 为真命题，求实数 m 的取值范围(Ⅱ)若“ $p\wedge q$ ”为真命题，求实数 m 的取值范围。

18、如图，正方形 ABCD 所在的平面与平面 ABC 垂直，M 是 CE 和 AD 的交点，且 $AC\perp BC, AC=BC$

(Ⅰ) 求证：$AM\perp$平面EBC；(Ⅱ)求直线 AB 与平面 EBC 所成角的大小；
(III)求锐二面角 $A-BE-C$ 的大小

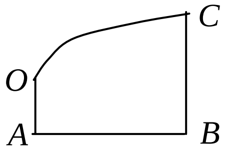


19、已知椭圆$C:\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率$e=\dfrac{1}{2}, P(0,2)$为该椭圆上一点

(Ⅰ)求椭圆的方程(Ⅱ)过点 M(0,3)作直线l与椭圆 C 交于 A、B 点，若以 AB 为直径的圆经过原点 O，求l的方程。

20、某地政府为科技兴市，欲将如图所示的一块不规则非农业用地规划成一个矩形高科技工业园区。已知$AB \perp BC, OA // BC$且$AB = BC = 2OA = 4km,$ 曲线段 OC 是以点 O 为顶点且开口向右的抛物线的一段

(Ⅰ)建立适当的坐标系，求曲线 OC 的方程(Ⅱ)如果要使矩形的相邻两边分别落在 AB、BC 上，且一个顶点 P 落在曲线段 OC 上，问如何规划才能使矩形工业区的用地面积最大？并求这个最大值。



21、已知函数 $f(x) = a\ln x - bx^2$

（I）若 $f(x)$ 在 x=1 处取得极值-1,求 a 、b 的值；

（Ⅱ）若 $b = 2,$ 求 $f(x)$ 的单调区间；

(III)在（I）的条件下令 $g(x) = f(x) - cx,$ 常数$c \in R,$ 若$g(x)$的图象与x轴交于$A(x_1, 0)$ 、$B(x_2, 0)(x_1 < x_2)$ 两点，线段 AB 的中点为 $M(x_0, 0),$ 求证:$g'(x_0) \neq 0$

2011-2012 高二上期考

1、命题上“若 x>-3,则 x>-6”以及它的逆命题、否命题、逆否命题中，真命题有(B)

A、1 个　B、2 个 C、3 个　D、4 个

2、已知 a、b 是实数，则“a>0 且 b>0”是 a+b>0 且 ab>0 的(C)

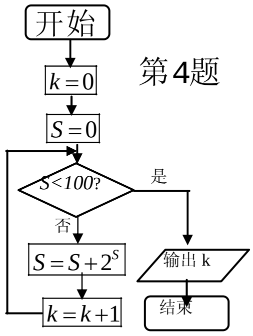
A、充分不必要条件　B、必要不充分条件 C、充要条件　D、不充分不必要条件

3、已知 $\vec{a}=\vec{i}-3\vec{j}+\lambda\vec{k},\vec{b}=2\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k}(\vec{i},\vec{j},\vec{k}$是两两垂直的单位向量），$\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $\lambda=$(A)

A、-2　B、2　C、3　D、-4

4、由程序框图运行后输出的 k 的值是(C)

A、6　B、5　C、4　D、3



第4题

5、在 1 万 km^2 的海域中有 $40km^2$ 的大陆架贮藏着石油，假如在海域中任意一点钻探，钻到油层面的概率是(B)

A、1/251　B、1/250　C、1/249　D、1/252

6、工人月工资 y(元)依劳动生产率 x(千元)变化的回归直线方程为 $y=50+80x$，下列判断正确的是(C)

A 劳动生产率为 1000 元时工资为 50 元　B 劳动生产率提高 1000 元时工资提高 130 元

C 劳动生产率提高 1000 元时工资提高 80 元 D 劳动生产率为 1000 元时工资为 80 元

7、从 3 男 1 女 4 位同学中选派 2 位参加某演讲比赛，那么选派的都是男生的概率是(B)

A、1/4　B、1/2　C、2/3　D、3/4

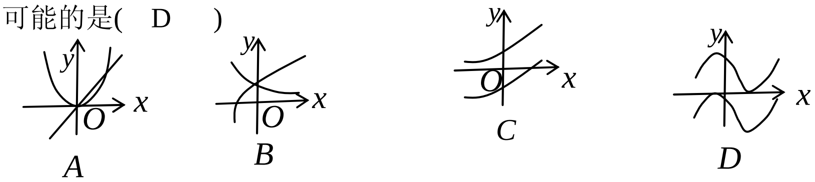
8、已知椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{a^2}=1$ 与双曲线 $\dfrac{x^2}{a}-\dfrac{y^2}{2}=1$ 有相同的焦点，则 a 的值是(A)

A、1　B、2　C、3　D、4

9、已知空间四边形形 OABC，其对角线为 OB、AC，M、N 分别是 OA、BC 的中点，点 G 在线段 MN 上，且 $\overrightarrow{MG}=2\overrightarrow{GN}$，若 $\overrightarrow{OG}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{OC}$，则 $x+y+z$ 的值为(A)

A、5/6　B、1　C、2/3　D、4/5

10、设 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数，将 $y=f(x)$ 和 $y=f'(x)$ 的图象画在同一个直角坐标系中，不可能的是(D)



11、直线 $x=\dfrac{1}{2},x=2$ 曲线 $y=\dfrac{1}{x}$ 及 x 轴所围成图形的面积为 $\underline{2\ln 2}$

12、曲线 $C:f(x)=\sin x+e^x+2$ 在点 $P(0,f(x))$ 处的切线方程为 $\underline{y=2x+3}$

13、在调查高一年级学生身高的过程中，抽取了一个样本并将其分组画成频率颁布直方图，[160cm,165cm]组的小矩形的高为 0.01，[165cm,170cm]组小矩形的高为 0.05，试估计该高一年级学生身高在[160cm,170cm]范围内的人数__450______

14.已知抛物线 $y^2=8x$ 过其焦点 F 的直线交抛物线于 A、B 两点，过 AB 中点 M 作 Y 轴垂线交 y 轴于点 N，若|MN|=2,则|AB|=____8__

15.已知双曲线 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1$ 的左焦点为 F_1，点 P 为双曲线右支上一点，且 PF_1 与圆 $x^2+y^2=16$ 相切于点 N，M 为线段 PF_1 的中点，O 为原点，则 $|MN|-|MO|$=__-1____

16.从甲乙两个班中各随机的抽取 6 名学生，他们的数学成绩如下：

甲	76	74	82	96	66	76
乙	86	84	62	76	78	92

(Ⅰ)画出茎叶图并求出甲班学生数学成绩的中位数

(Ⅱ)若不低于 80 分则表示该生数学成绩优秀。现从甲乙两班中各抽出 1 名学生参加数学兴趣小组，求这两名学生的数学成绩恰好都优秀的概率

甲班		乙班
6	6	2
6 4 6	7	6 8
2	8	6 4
6	9	2

(Ⅰ) 中位数中位数 76 分

(Ⅱ)设事件 A 为两两名学生的数学成绩恰好都优秀

则所有的抽法有 36 种，A 的基本事件有 6 种

于是 $P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

17、已知命题 p：方程 $\frac{x^2}{m}+y^2=1$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆；命题 q：直线 $y=x-1$ 与抛物线 $y=mx^2$ 有两个交点

(Ⅰ) 若命题 q 为真命题，求实数 m 的取值范围(Ⅱ)若“$p\wedge q$”为真命题，求实数 m 的取值范围。

解：(Ⅰ) q 真：由 $\begin{cases}y=x-1\\y=mx^2\end{cases}$ 得 $mx^2-x+1=0$，于是 $\begin{cases}m\neq 0\\\Delta=1-4m>0\end{cases}$，$m<\frac{1}{4}$ 且 $m\neq 0$

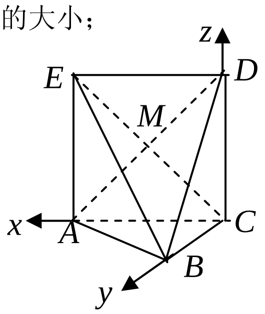
(Ⅱ)命题 $p:0<m<1$

于是“$p\wedge q$”为真命 m 的取值范围 $0<m<\frac{1}{4}$。

18、如图，正方形 ABCD 所在的平面与平面 ABC 垂直，M 是 CE 和 AD 的交点，且 $AC\perp BC, AC=BC$

(Ⅰ) 求证：$AM\perp$ 平面 EBC；(Ⅱ)求直线 AB 与平面 EBC 所成角的大小；

(III)求锐二面角 $A-BE-C$ 的大小



解：(Ⅰ)面 ABCD⊥平面 ABC, $AC\perp BC$

故 $BC\perp$ 面 $ABCD$ 又 $AM\subseteq$ 面 $ABCD$

于是$AM\perp BC$又$AM\perp EC, BC\cap EC=C$
故$AM\perp$面EBC

(Ⅱ) 如图建系$C-xyz$，设$AC=BC=1$

则 A(1,0,0),B(0,1,0), D(0,0,1), $\overrightarrow{AB}=(-1,1,0)$

由(Ⅰ)知$\overrightarrow{AD}=(-1,01)$是面 EBC 的一个法向量

设直线 AB 与平面 EBC 所成角为θ，则

$$\sin\theta=|\cos<\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}>|=\frac{|\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AD}|}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}|}=\frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2}}=\frac{1}{2},\theta=30^\circ$$

(Ⅲ) A(1,0,0),E(1,0,1) , $\overrightarrow{AE}=(0,0,1)$

设面 ABE 的法向量为$\vec{m}=(x,y,z)$

则$\begin{cases}\vec{m}\bullet\overrightarrow{AE}=0\\ \vec{m}\bullet\overrightarrow{AB}=0\end{cases},\begin{cases}z=0\\ -\mathrm{x}+\mathrm{y}=0\end{cases}$,令$y=1$,得$x=1$,于是$\vec{m}=(1,1,0)$

由(1)知$\overrightarrow{CB}=(\sqrt{3},0,0)$是平面 PAC 的一个法向量

设锐二面角$A-BE-C$的大小为α

于是$\cos\alpha=|\cos<\vec{m},\overrightarrow{AD}>|=\frac{|\vec{m}\bullet\overrightarrow{AD}|}{|\vec{m}||\overrightarrow{AD}|}=\frac{1}{2},\alpha=60^\circ$

19、已知椭圆$C:\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率$e=\frac{1}{2}, P(0,2)$为该椭圆上一点

(Ⅰ)求椭圆的方程(Ⅱ)过点 M(0,3)作直线l与椭圆 C 交于 A、B 点，若以 AB 为直径的圆经过原点 O，求l的方程。

(Ⅰ) $P(0,2)$在椭圆上$\frac{4}{a^2}=1, a=2$，$e=\frac{c}{a}=\frac{c}{2}=\frac{1}{2}\Rightarrow c=1$，于是$b^2=3$

椭圆$C:\frac{y^2}{4}+\frac{x^2}{3}=1$

(Ⅱ) 易知l的斜率存在，设l的方程为$y=kx+3$，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

则$x_1x_2+y_1y_2=0$

联立$\begin{cases}y=kx+3\\ 3y^2+4x^2=12\end{cases}$消$y$得$(3k^2+4)x^2+18kx+15=0$

$$x_1+x_2=-\frac{18k}{3k^2+4}, x_1x_2=\frac{15}{3k^2+4}$$

$y_1y_2=(kx_1+3)(kx_2+3)=k^2x_1x_2+3k(x_1+x_2)+9$

$=\dfrac{15k^2}{3k^2+4}-\dfrac{54k^2}{3k^2+4}+9=\dfrac{-12k^2+36}{3k^2+4}$代入（*）得

$\dfrac{-12k^2+51}{3k^2+4}=0$，$k^2=\dfrac{17}{4}$，$k=\pm\dfrac{\sqrt{17}}{2}$,$\Delta>0$

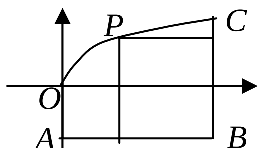
于是l的方程为$y=\pm\dfrac{\sqrt{17}}{2}x+3$

20、某地政府为科技兴市，欲将如图所示的一块不规则非农业用地规划成一个矩形高科技工业园区。已知$AB\perp BC, OA//BC$且$AB=BC=2OA=4km,$ 曲线段 OC 是以点 O 为顶点且开口向右的抛物线的一段

(Ⅰ)建立适当的坐标系，求曲线 OC 的方程(Ⅱ)如果要使矩形的相邻两边分别落在 AB、BC 上，且一个顶点 P 落在曲线段 OC 上，问如何规划才能使矩形工业区的用地面积最大？并求这个最大值。

解：(Ⅰ) 如图建立坐标系 xoy

则 C（4，2），设曲线 OC 的方程 $y^2=2px(p>0,0\le y\le 2)$



则$4=8p, p=\dfrac{1}{2}$，曲线 OC 的方程 $y^2=x(0\le y\le 2)$

(Ⅱ)设$P(t^2,t)(0\le t\le 2)$，面积为 $f(t)$，由于$BC:x=4, AB:y=-2$

则 $f(t)=(4-t^2)(t+2)=-t^3-2t^2+4t+8$

$f'(t)=-3t^2-4t+4=-(3t^2+4t-4)=-(3t-2)(t+2)$

令 $f'(t)=0,$ 得$t=\dfrac{2}{3}$，列表于是当$t=\dfrac{2}{3}$时 $f(t)_{\max}=(4-\dfrac{4}{9})(\dfrac{2}{3}+2)=\dfrac{256}{27}$

21、已知函数 $f(x)=a\ln x-bx^2$

（I）若 $f(x)$ 在 x=1 处取得极值-1,求a 、b 的值；

（Ⅱ）若$b=2,$求 $f(x)$ 的单调区间；

(III)在（I）的条件下令 $g(x)=f(x)-cx,$常数$c\in R,$若$g(x)$的图象与x轴交于$A(x_1,0)$、$B(x_2,0)(x_1<x_2)$两点，线段 AB 的中点为$M(x_0,0),$求证$:g'(x_0)\ne 0$

解（I）依题意，得 $f'(x)=\dfrac{a}{x}-2bx(x>0)$,

由$\begin{cases} f(1)=-b=-1 \\ f'(1)=a-2b=0 \end{cases}$得$a=2,b=1$

（Ⅱ）若$b=2,$ $f'(x)=\dfrac{a}{x}-4x=\dfrac{a-4x^2}{x}(x>0)$

当$a \le 0$时，在$(0,+\infty)$上$f'(x)<0$， $f(x)$递减

当$a>0$时，在$(0,\dfrac{\sqrt{a}}{2})$上， $f'(x)>0$， $f(x)$递增

在$(\dfrac{\sqrt{a}}{2},+\infty)$上， $f'(x)<0$， $f(x)$递减

(III) $g(x)=f(x)-cx=2\ln x-x^2-cx,$

$g(x_1)=2\ln x_1-x_1{}^2-cx_1=0,$
$g(x_2)=2\ln x_2-x_2{}^2-cx_2=0,$

$$2\ln\frac{x_1}{x_2}-(x_1{}^2-x_2{}^2)=c(x_1-x_2),c=\frac{2\ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1-x_2}-2x_0$$

$$g'(x)=\frac{2}{x}-2x-c,g'(x_0)=\frac{2}{x_0}-2x_0-c=\frac{2}{x_0}-2x_0-\frac{2\ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1-x_2}+2x_0$$

$$=\frac{4}{x_1+x_2}-\frac{2\ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1-x_2}=\frac{2}{x_1-x_2}(\frac{2(x_1-x_2)}{x_1+x_2}-\ln\frac{x_1}{x_2})=\frac{2}{x_1-x_2}(\frac{2(\frac{x_1}{x_2}-1)}{\frac{x_1}{x_2}+1}-\ln\frac{x_1}{x_2})$$

，设$h(t)=\dfrac{2(t-1)}{t+1}-\ln t$,则$h'(t)=\dfrac{4}{(t+1)^2}-\dfrac{1}{t}=-\dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}$

在$(0,+\infty)$上, $h'(t)\le 0$, $h(t)$递减, 因$0<x_1<x_2$, 故$0<\dfrac{x_1}{x_2}<1$

于是$h(\dfrac{x_1}{x_2})>h(1)=0$,因此$g'(x_0)==\dfrac{2}{x_1-x_2}h(\dfrac{x_1}{x_2})<0$