

### 常用逻辑练习（廖老师出题）

- 1、一个命题与它们的逆命题、否命题、逆否命题这4个命题中（ ）  
A、真命题与假命题的个数相同 B、真命题的个数一定是奇数  
C、真命题的个数一定是偶数 D、真命题的个数可能是奇数，也可能是偶数
- 2、已知命题  $p: \forall x \in \mathbf{R}, |x| \geq 0$ , 那么命题  $\neg p$  为（ ）  
A.  $\exists x \in \mathbf{R}, |x| \leq 0$  B.  $\forall x \in \mathbf{R}, |x| \leq 0$  C.  $\exists x \in \mathbf{R}, |x| < 0$  D.  $\forall x \in \mathbf{R}, |x| < 0$
- 3、已知命题  $p: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2x_0 + 2 \leq 0$ , 那么下列结论正确的是（ ）  
A.  $\neg p: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2x_0 + 2 > 0$  B.  $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$   
C.  $\neg p: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2x_0 + 2 \geq 0$  D.  $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \geq 0$
- 4、若  $a \in \mathbf{R}$ , 则  $a > -1$  的必要不充分条件是（ ）  
A.  $a^2 > 1$  B.  $a > 0$  C.  $a + 2 > 0$  D.  $a + 1 > 0$
- 5、“ $0 < a < b$ ”是“ $(\frac{1}{4})^a > (\frac{1}{4})^b$ ”的（ ）  
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 6、“若  $x \neq a$  且  $x \neq b$ , 则  $x^2 - (a+b)x + ab \neq 0$ ”的否命题（ ）  
A. 若  $x = a$  且  $x = b$ , 则  $x^2 - (a+b)x + ab = 0$  B. 若  $x = a$  或  $x = b$ , 则  $x^2 - (a+b)x + ab \neq 0$   
C. 若  $x = a$  且  $x = b$ , 则  $x^2 - (a+b)x + ab \neq 0$  D. 若  $x = a$  或  $x = b$ , 则  $x^2 - (a+b)x + ab = 0$
- 7、“ $a \neq 1$  或  $b \neq 2$ ”是“ $a + b \neq 3$ ”的（ ）  
A、充分不必要条件 B、必要不充分条件 C、充要条件 D、既不充分也不必要
- 8、“ $a = 2$ ”是“直线  $l_1: a^2x - y + 3 = 0$  与直线  $l_2: x + 4y - 1 = 0$  互相垂直”的（ ）  
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 9、设甲是乙的充分不必要条件，乙是丙的充要条件，丁是丙的必要非充分条件，则甲是丁的（ ）  
A、充分不必要条件 B、必要不充分条件 C、充要条件 D、既不充分也不必要
- 10.若集合  $u = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ ,  $A = \{(x, y) | 2x - y + m > 0\}$ ,  $B = \{(x, y) | x + y - n \leq 0\}$ , 则点  $P(2, 3) \in A \cap (C_u B)$  的充要条件是（ ）  
A.  $m > -1, n < 5$  B.  $m < -1, n < 5$  C.  $m > -1, n > 5$  D.  $m < -1, n > 5$
- 11、“末位数字是0或5的整数能被5整除”的逆否命题是\_\_\_\_\_
- 12、若把命题“ $A \subseteq B$ ”看成一个两个命题的复合命题可写成\_\_\_\_\_
- 13、用符号“ $\forall$ ”或“ $\exists$ ”表示含有量词的命题：“存在一对实数，使  $2x + 3y + 3 > 0$  成立”
- 14、下列命题
- ①若  $m > 0$ , 则方程  $x^2 - x + m = 0$  有实根 ②、若  $x > 1, y > 1$ , 则  $x + y > 2$  的否命题
- ③对任意的  $x \in \{x | -2 < x < 4\}, |x - 2| < 3$  的否定
- ④ $\Delta > 0$  是一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  有一正根和一负根的充要条件
- 成立序号有\_\_\_\_\_
- 15、写出下列命题的否定(非命题):
- (1) 所有自然数的平方是正数 (2) 任何实数  $x$  都是方程  $5x - 12 = 0$  的根
- (3) 对于任意实数  $x$ , 存在实数  $y$ , 使  $x + y > 0$  (4) 有些质数是奇数

16、已知命题  $P$ : “若  $ac \geq 0$ , 则二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  没有实根”.

(1) 写出命题  $P$  的否命题; (2) 判断命题  $P$  的否命题的真假, 并证明你的结论.

17、设  $x, y, z \in R, a = x^2 - 2y + \frac{\pi}{2}, b = y^2 - 2z + \frac{\pi}{3}, c = z^2 - 2x + \frac{\pi}{6}$

用反证法证明： $a, b, c$ 至少有一个大于0

18、已知  $p: |4-x| \leq 6, q: x^2 - 2x + 1 - a^2 \geq 0 (a > 0)$ ，若  $\neg p$  是  $q$  的充分不必要条件，求  $a$  的取值范围。

19、已知命题  $p$ : 方程  $x^2 + mx + 1 = 0$  有两个不等的负根；命题  $q$ : 方程  $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$  无实根。若“ $p$  或  $q$ ”为真，“ $p$  且  $q$ ”为假，求  $m$  的取值范围。

20、求“关于  $x$  的方程  $x^2 + 2(a-1)x + 2a + 6 = 0$  两个根都大于 1”的充要条件

### 常用逻辑用语练习（廖老师出题）

- 1、一个命题与它们的逆命题、否命题、逆否命题这4个命题中（ C ）
  - A、真命题与假命题的个数相同
  - B、真命题的个数一定是奇数
  - C、真命题的个数一定是偶数
  - D、真命题的个数可能是奇数，也可能是偶数
- 2、已知命题  $p: \forall x \in \mathbf{R}, |x| \geq 0$ ，那么命题  $\neg p$  为（ C ）
  - A.  $\exists x \in \mathbf{R}, |x| \leq 0$
  - B.  $\forall x \in \mathbf{R}, |x| \leq 0$
  - C.  $\exists x \in \mathbf{R}, |x| < 0$
  - D.  $\forall x \in \mathbf{R}, |x| < 0$
- 3、已知命题  $p: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2x_0 + 2 \leq 0$ ，那么下列结论正确的是（ B ）
  - A.  $\neg p: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2x_0 + 2 > 0$
  - B.  $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$
  - C.  $\neg p: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2x_0 + 2 \geq 0$
  - D.  $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \geq 0$
- 4、若  $a \in \mathbf{R}$ ，则  $a > -1$  的必要不充分条件是（ C ）
  - A.  $a^2 > 1$
  - B.  $a > 0$
  - C.  $a + 2 > 0$
  - D.  $a + 1 > 0$
- 5、“ $0 < a < b$ ”是“ $(\frac{1}{4})^a > (\frac{1}{4})^b$ ”的（ A ）
  - A. 充分不必要条件
  - B. 必要不充分条件
  - C. 充要条件
  - D. 既不充分也不必要条件
- 6、“若  $x \neq a$  且  $x \neq b$ ，则  $x^2 - (a+b)x + ab \neq 0$ ”的否命题（ D ）
  - A. 若  $x = a$  且  $x = b$ ，则  $x^2 - (a+b)x + ab = 0$
  - B. 若  $x = a$  或  $x = b$ ，则  $x^2 - (a+b)x + ab \neq 0$
  - C. 若  $x = a$  且  $x = b$ ，则  $x^2 - (a+b)x + ab \neq 0$
  - D. 若  $x = a$  或  $x = b$ ，则  $x^2 - (a+b)x + ab = 0$
- 7、“ $a \neq 1$  或  $b \neq 2$ ”是“ $a + b \neq 3$ ”的（ B ）
  - A. 充分不必要条件
  - B. 必要不充分条件
  - C. 充要条件
  - D. 既不充分也不必要
- 8、“ $a = 2$ ”是“直线  $l_1: a^2x - y + 3 = 0$  与直线  $l_2: x + 4y - 1 = 0$  互相垂直”的（ D ）
  - A. 充分不必要条件
  - B. 必要不充分条件
  - C. 充要条件
  - D. 既不充分也不必要条件
- 9、设甲是乙的充分不必要条件，乙是丙的充要条件，丁是丙的必要非充分条件，则甲是丁的（ A ）
  - A. 充分不必要条件
  - B. 必要不充分条件
  - C. 充要条件
  - D. 既不充分也不必要
10. 若集合  $u = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ ,  $A = \{(x, y) | 2x - y + m > 0\}$ ,  $B = \{(x, y) | x + y - n \leq 0\}$ ，则点  $P(2, 3) \in A \cap (C_u B)$  的充要条件是（ A ）
  - A.  $m > -1, n < 5$
  - B.  $m < -1, n < 5$
  - C.  $m > -1, n > 5$
  - D.  $m < -1, n > 5$
- 11、“末位数字是 0 或 5 的整数能被 5 整除”的逆否命题是  
不能被 5 整除的整数末位数不是 0 也不是 5
- 12、若把命题“ $A \subseteq B$ ”看成一个两个命题的复合命题可写成  $A \subseteq B$  或  $A = B$
- 13、用符号“ $\forall$ ”或“ $\exists$ ”表示含有量词的命题：“存在一对实数，使  $2x + 3y + 3 > 0$  成立”  
 $\exists x, y \in \mathbf{R}, 2x + 3y + 3 > 0$
- 14、下列命题 ①若  $m > 0$ ，则方程  $x^2 - x + m = 0$  有实根 ②、若  $x > 1, y > 1$ ，则  $x + y > 2$  的否命题 ③对任意的  $x \in \{x | -2 < x < 4\}, |x - 2| < 3$  的否定 ④  $\Delta > 0$  是一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  有一正根和一负根的充要条件 成立序号有 ③
- 15、写出下列命题的否定(非命题):
  - (1) 所有自然数的平方是正数
  - (2) 任何实数  $x$  都是方程  $5x - 12 = 0$  的根
  - (3) 对于任意实数  $x$ ，存在实数  $y$ ，使  $x + y > 0$
  - (4) 有些质数是奇数
 解: (1) 有些自然数的平方不是正数 (2) 存在实数  $x$  不是方程  $5x - 12 = 0$  的根  
 (3) 存在实数  $x$ ，对任意实数  $y$ ，都有  $x + y \leq 0$  (4) 所有质数都不是奇数
- 16、已知命题  $P$ : “若  $ac \geq 0$ ，则二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  没有实根”。
  - (1) 写出命题  $P$  的否命题； (2) 判断命题  $P$  的否命题的真假，并证明你的结论.
 解: (1) 命题  $P$  的否命题为: “若  $ac < 0$ ，则二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  有实根”.  
 (2) 命题  $P$  的否命题是真命题. 证明:  $\because ac < 0, \therefore -ac > 0, \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac > 0, \Rightarrow$  二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  有实根.  $\therefore$  该命题是真命题.

17、设  $x, y, z \in R, a = x^2 - 2y + \frac{\pi}{2}, b = y^2 - 2z + \frac{\pi}{3}, c = z^2 - 2x + \frac{\pi}{6}$

用反证法证明:  $a, b, c$ 至少有一个大于0

证明:假设  $a, b, c$ 没有一个大于0, 则  $a \leq 0, b \leq 0, c \leq 0, a+b+c \leq 0,$

$$a+b+c = x^2 - 2x + y^2 - 2y + z^2 - 2z + \pi = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 + \pi - 3$$

因  $\pi - 3 > 0$ , 故  $a+b+c > 0$  与  $a+b+c \leq 0$ , 矛盾

18、已知  $p: |4-x| \leq 6, q: x^2 - 2x + 1 - a^2 \geq 0 (a > 0)$ , 若  $\neg p$  是  $q$  的充分不必要条件, 求  $a$  的取值范围.

解:  $\neg p: (4-x)^2 > 36, x > 10, \text{或} x < -2,$

$$q: x^2 - 2x + 1 - a^2 \geq 0, x \geq 1+a, \text{或} x \leq 1-a$$

因为  $\neg p$  是  $q$  的充分不必要条件, 所以 
$$\begin{cases} 1-a \geq -2 \\ 1+a \leq 10, \therefore 0 < a \leq 3 \\ a > 0 \end{cases}$$

19. 已知命题  $p$ : 方程  $x^2 + mx + 1 = 0$  有两个不等的负根; 命题  $q$ : 方程  $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$  无实根. 若“ $p$  或  $q$ ”为真, “ $p$  且  $q$ ”为假, 求  $m$  的取值范围.

解:  $p$  真, 则 
$$\begin{cases} \Delta = m^2 - 4 > 0 \\ m > 0 \end{cases}$$
 解得  $m > 2$ , 设  $A = \{m | m > 2\}$

$q$  真, 则  $\Delta = 16(m-2)^2 - 16 = 16(m^2 - 4m + 3) < 0$ , 解得:  $1 < m < 3$ . 设  $A = \{m | 1 < m < 3\}$ .

因“ $p$  或  $q$ ”为真, “ $p$  且  $q$ ”为假

因此,  $m \in A \cup B$ , 且  $m \notin A \cap B$

$$\therefore A \cup B = \{m | m > 1\}, A \cap B = \{m | 2 < m < 3\}$$

$\therefore m$  的取值范围  $\{m | m \geq 3 \text{ 或 } 1 < m \leq 2\}$

20、求“关于  $x$  的方程  $x^2 + 2(a-1)x + 2a + 6 = 0$  两个根都大于 1”的充要条件

解 1: 设  $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2a + 6$ , 两个根都大于 1

$$\text{于是} \begin{cases} \Delta = 4(a-1)^2 - 4(2a+6) \geq 0 \\ \text{对称轴} x = -(a-1) > 1 \\ f(1) = 1 + 2(a-1) + 2a + 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq -1 \text{ 或 } a \geq 5 \\ a < 0 \\ a > -\frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{4} < a \leq -1$$

解 2: 设两根  $x_1, x_2$ , 则  $x_1 > 1, x_2 > 1$ , 于是

$$\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ (x_1-1)(x_2-1) > 0 \\ (x_1-1) + (x_2-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_1x_2 - (x_1+x_2) + 1 > 0 \\ x_1+x_2 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(a-1)^2 - 4(2a+6) \geq 0 \\ 2a+6 + 2(a-1) + 1 > 0 \\ -2(a-1) > 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \leq -1 \text{ 或 } a \geq 5 \\ a > -\frac{5}{4} \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{4} < a \leq -1$$